

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Ростовский государственный экономический университет (РИНХ)»

УТВЕРЖДАЮ
Директор Таганрогского института
имени А. П. Чехова (филиала)
РГЭУ (РИНХ)
_____ С. А. Петрушенко
«25» мая 2026 г.

Рабочая программа дисциплины
Алгоритмы численного интегрирования и анализа устойчивости

Направление подготовки
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Направленность (профиль) программы бакалавриата
44.03.05.29 Математика и Информатика

Для набора 2026 года

Квалификация
Бакалавр

КАФЕДРА информатики**Распределение часов дисциплины по семестрам / курсам**

Семестр (<Курс>.<Семестр на курсе>)	9 (5.1)		Итого	
	10 2/6			
Неделя	10 2/6			
Вид занятий	УП	РП	УП	РП
Лекции	20	20	20	20
Лабораторные	20	20	20	20
Итого ауд.	40	40	40	40
Контактная работа	40	40	40	40
Сам. работа	32	32	32	32
Итого	72	72	72	72

ОСНОВАНИЕ

Учебный план утвержден учёным советом вуза от 03.03.2026, протокол № 9.

Программу составил(и): канд. техн. наук, доцент, Буланов Сергей Георгиевич

Зав. кафедрой: Тюшнякова И. А.

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1	изучение элементов качественной теории дифференциальных уравнений и теории устойчивости для анализа и синтеза информационных систем и процессов, обладающих значительным научным и техническим значением
-----	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

2. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

ОПК-8:	Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний
ОПК-8.1:	Владеет основами специальных научных знаний в сфере профессиональной деятельности
ОПК-8.2:	Осуществляет педагогическую деятельность на основе использования специальных научных знаний и практических умений в профессиональной деятельности
УК-1:	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач
УК-1.1:	Демонстрирует знание особенностей системного и критического мышления и готовности к нему
УК-1.2:	Применяет логические формы и процедуры, способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности
УК-1.3:	Анализирует источник информации с точки зрения временных и пространственных условий его возникновения
УК-1.4:	Анализирует ранее сложившиеся в науке оценки информации
УК-1.5:	Сопоставляет разные источники информации с целью выявления их противоречий и поиска достоверных суждений
УК-1.6:	Аргументированно формирует собственное суждение и оценку информации, принимает обоснованное решение
УК-1.7:	Определяет практические последствия предложенного решения задачи

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Знать:
Знать системный подход для решения поставленных задач (соотнесено с индикатором УК-1.1, УК-1.2) Знать аналитические и компьютерные методы численного интегрирования и анализа устойчивости (соотнесено с индикатором УК-1.3, УК-1.4) Знать методы анализа и синтеза дифференциальных моделей на основе специальных научных знаний (соотнесено с индикатором ОПК-8.1)
Уметь:
Уметь использовать современные методы и технологии при анализе устойчивости систем обыкновенных дифференциальных уравнений (соотнесено с индикатором УК-1.5, УК-1.6) Уметь применять методы качественной теории дифференциальных уравнений для анализа и синтеза дифференциальных моделей на основе специальных научных знаний (соотнесено с индикатором ОПК-8.2)
Владеть:
Владеть навыками использовать современные методы качественной теории дифференциальных уравнений при анализе и синтезе реальных систем (соотнесено с индикатором УК-1.7) Владеть навыками анализа и синтеза дифференциальных моделей на основе компьютеризируемых критериев устойчивости (соотнесено с индикатором ОПК-8.2)

3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**Раздел 1. Элементы качественной теории дифференциальных уравнений**

№	Наименование темы, краткое содержание	Вид занятия / работы / форма ПА	Семестр / Курс	Количество часов	Компетенции
1.1	«Основные понятия теории устойчивости» История и эволюция понятия устойчивости. Понятие устойчивости по Ляпунову решения задачи Коши для системы ОДУ. Траектории понятия устойчивости в различных областях математики и ее приложений. Различные виды и определения понятия устойчивости: орбитальная, экспоненциальная, равномерная, устойчивость по начальным условиям, устойчивость в области.	Лекционные занятия	9	4	УК-1 ОПК-8 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7 ОПК-8.1 ОПК-8.2
1.2	«Программная реализация разностных методов Эйлера, Эйлера-Коши, Рунге-Кутты, Адамса в Delphi» Пишется код программы, который реализует аналитическую конструкцию разностных методов. Проводится программный и	Лабораторные занятия	9	2	УК-1 ОПК-8 УК-1.1 УК-1.2

	численный эксперимент в условиях меняющихся систем ОДУ.				УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7 ОПК-8.1 ОПК-8.2
1.3	Изучение лекционного материала, основной и дополнительной литературы. Поиск и сбор необходимой информации. Решение практико-ориентированных заданий. Методы численного интегрирования задачи Коши для ОДУ высокого порядка точности. Семейство методов Рунге-Кутты 7-8 порядков. Методика вывода оценок погрешности разностных методов приближенного решения ОДУ.	Самостоятельная работа	9	4	УК-1 ОПК-8 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7 ОПК-8.1 ОПК-8.2
1.4	«Теоремы существования и единственности» Теоремы Пеано, Пикара существования и единственности решения задачи Коши для системы ОДУ. Нарушение единственности решения в случае только лишь непрерывности правой части системы ОДУ.	Лекционные занятия	9	4	УК-1 ОПК-8 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7 ОПК-8.1 ОПК-8.2
1.5	«Программная реализация анализа устойчивости решений задачи Коши в Delphi» Программно реализуются критерии устойчивости, полученные для систем ОДУ. Проводится программный и численный эксперимент в условиях меняющихся систем ОДУ.	Лабораторные занятия	9	4	УК-1 ОПК-8 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7 ОПК-8.1 ОПК-8.2
1.6	Изучение лекционного материала, основной и дополнительной литературы. Поиск и сбор необходимой информации. Решение практико-ориентированных заданий. Качественная теория дифференциальных уравнений. Уравнения интегрируемые в квадратурах, с разделяющимися переменными. Виды и типы уравнений интегрируемых в квадратурах. Теория устойчивости решений задачи Коши. История возникновения понятия устойчивости, эволюция данного понятия.	Самостоятельная работа	9	4	УК-1 ОПК-8 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7 ОПК-8.1 ОПК-8.2
1.7	«Аналитические критерии устойчивости систем ОДУ» Линейные системы с постоянными и переменными коэффициентами. Критерий Рауса-Гурвица и Найквиста. Методы решения задачи Коши для линейных и нелинейных систем ОДУ. Функции Ляпунова.	Лекционные занятия	9	4	УК-1 ОПК-8 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7 ОПК-8.1 ОПК-8.2

Раздел 2. Компьютеризируемые критерии устойчивости систем ОДУ

№	Наименование темы, краткое содержание	Вид занятия / работы / форма ПА	Семестр / Курс	Количество часов	Компетенции
2.1	«Разностные методы решения систем ОДУ» Разностные методы решения задачи Коши для систем ОДУ: метод Эйлера, Эйлера-Коши, семейство методов Рунге-Кутта, многошаговые интерполяционные методы Адамса.	Лекционные занятия	9	2	УК-1 ОПК-8 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6

					УК-1.7 ОПК-8.1 ОПК-8.2
2.2	«Компьютерные модели анализа устойчивости систем линейных ОДУ» Проводится компьютерный анализ устойчивости систем линейных ОДУ. Экспериментально устанавливается длина промежутка и шаг разностного решения, при которых получаются достоверные оценки характера устойчивости.	Лабораторные занятия	9	4	УК-1 ОПК-8 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7 ОПК-8.1 ОПК-8.2
2.3	Изучение лекционного материала, основной и дополнительной литературы. Поиск и сбор необходимой информации. Решение практико-ориентированных заданий. Различные трактовки и определения понятия устойчивости. Устойчивость решения задачи Коши в смысле Ляпунова.	Самостоятельная работа	9	6	УК-1 ОПК-8 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7 ОПК-8.1 ОПК-8.2
2.4	«Схема анализа устойчивости по Ляпунову решений задачи Коши, основанная на преобразованиях разностных методов в форму бесконечных произведений» Приводится подход к анализу устойчивости, основанный на матричных мультипликативных преобразованиях разностных схем численного интегрирования.	Лекционные занятия	9	2	УК-1 ОПК-8 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7 ОПК-8.1 ОПК-8.2
2.5	«Компьютерные модели анализа устойчивости систем нелинейных ОДУ» Выполняется программный и численный эксперимент анализа устойчивости систем нелинейных ОДУ. Проводится сравнение результатов анализа устойчивости с трактовками, полученными на основе аналитических методов.	Лабораторные занятия	9	4	УК-1 ОПК-8 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7 ОПК-8.1 ОПК-8.2
2.6	Изучение лекционного материала, основной и дополнительной литературы. Поиск и сбор необходимой информации. Решение практико-ориентированных заданий. Трудности оценки устойчивости методами качественной теории дифференциальных уравнений. Возможности и существующие подходы к компьютерному анализу устойчивости.	Самостоятельная работа	9	6	УК-1 ОПК-8 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7 ОПК-8.1 ОПК-8.2
2.7	«Построение компьютерных моделей анализа устойчивости решений задачи Коши для систем ОДУ в Delphi» Строятся модификации компьютерных моделей с целью выяснения различных аспектов компьютерного анализа устойчивости. Предполагается, что модели инвариантны относительно разностных схем приближенного решения, длины промежутка решения и шага решения, величины возмущения начальных данных.	Лекционные занятия	9	2	УК-1 ОПК-8 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7 ОПК-8.1 ОПК-8.2
2.8	«Компьютерный анализ устойчивости систем Лоренца и Ресслера» Выполняется анализ устойчивости систем Лоренца и Ресслера, актуальных в прикладном аспекте. Компьютерный анализ сопровождается графическими иллюстрациями решений, фазовых портретов.	Лабораторные занятия	9	6	УК-1 ОПК-8 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5

					УК-1.6 УК-1.7 ОПК-8.1 ОПК-8.2
2.9	Изучение лекционного материала, основной и дополнительной литературы. Поиск и сбор необходимой информации. Решение практико-ориентированных заданий. Компьютерное моделирование устойчивости по Ляпунову решений задачи Коши для ОДУ, основанное на преобразованиях разностных методов в форму бесконечных произведений.	Самостоятельная работа	9	6	УК-1 ОПК-8 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7 ОПК-8.1 ОПК-8.2
2.10	«Системы ОДУ с нетривиальным поведением решений» Рассматриваются физические процессы и явления, описываемые системами типа систем Лоренца и Ресслера. Модернизируются компьютерные модели анализа устойчивости с учетом особенностей систем Лоренца и Ресслера.	Лекционные занятия	9	2	УК-1 ОПК-8 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7 ОПК-8.1 ОПК-8.2
2.11	Изучение лекционного материала, основной и дополнительной литературы. Поиск и сбор необходимой информации. Решение практико-ориентированных заданий. Компьютерное моделирование устойчивости сложных систем ОДУ с нетривиальным поведением решений, включающее системы с параметром, с бифуркациями, системы детерминированного хаоса.	Самостоятельная работа	9	6	УК-1 ОПК-8 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7 ОПК-8.1 ОПК-8.2
2.12	Подготовка к промежуточной аттестации	Зачет	9	0	УК-1 ОПК-8 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7 ОПК-8.1 ОПК-8.2

4. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Структура и содержание фонда оценочных средств для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации представлены в Приложении 1 к рабочей программе дисциплины.

5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

5.1. Учебные, научные и методические издания

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Библиотека / Количество
1	Вержбицкий, Валентин Михайлович	Основы численных методов: Учеб. для студентов вузов, обучающихся по направлению "Приклад. мат."	М.: Высш. шк., 2002	30 экз.
2	Бахвалов Н.С., Жидков Н.П.	Численные методы: учеб. пособие для студентов физ.-мат. специальностей высш. учеб. заведений	М.: БИНОМ. Лаб. знаний, 2006	30 экз.
3	Березин И. С., Жидков Н. П.	Методы вычислений	Москва: Государственное издательство физико-математической литературы, 1962	http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=456944

5.1. Учебные, научные и методические издания

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Библиотека / Количество
1	Березин И. С., Жидков Н. П., Будак Б. М., Горбунов А. Д.	Методы вычислений	Москва: Государственное издательство физико- математической литературы, 1959	http://biblioclub.ru/index .php? page=book&id=456943
2	Демидович Б. П., Марон И. А., Шувалова Э. З., Демидович Б. П.	Численные методы анализа: приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения	Москва: Главная редакция физико- математической литературы, 1967	http://biblioclub.ru/index .php? page=book&id=456948
3	Чезари Л., Немьцкий В. В.	Асимптотическое поведение и устойчивость решений обыкновенных дифференциальных уравнений	Москва: Мир, 1964	http://biblioclub.ru/index .php? page=book&id=464103
4	Ярославцева, В. Я., Палинчук, Н. Ф.	Устойчивость и управление движением: методические указания и задания к самостоятельной работе	Липецк: Липецкий государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2014	http://www.iprbookshop. ru/55667.html

5.2. Профессиональные базы данных и информационные справочные системы

rsl.ru – Российская государственная библиотека
elibrary.ru – Научная электронная библиотека
biblioclub.ru – Университетская библиотека онлайн
intuit.ru – Национальный Открытый Университет «ИНТУИТ»

5.3. Перечень программного обеспечения

OpenOffice

5.4. Учебно-методические материалы для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья

При необходимости по заявлению обучающегося с ограниченными возможностями здоровья учебно-методические материалы предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям здоровья и восприятия информации. Для лиц с нарушениями зрения: в форме аудиофайла; в печатной форме увеличенным шрифтом. Для лиц с нарушениями слуха: в форме электронного документа; в печатной форме. Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата: в форме электронного документа; в печатной форме.

6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Помещения для всех видов работ, предусмотренных учебным планом, укомплектованы необходимой специализированной учебной мебелью и техническими средствами обучения:

- столы, стулья;
- персональный компьютер / ноутбук (переносной);
- проектор;
- экран / интерактивная доска.

Лабораторные занятия проводятся в компьютерных классах, рабочие места в которых оборудованы необходимыми лицензионными и/или свободно распространяемыми программными средствами и выходом в Интернет, и/или в специализированных лабораториях, предусмотренных образовательной программой.

7. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Методические указания по освоению дисциплины представлены в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

1 Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

1.1 Показатели и критерии оценивания компетенций:

ЗУН, составляющие компетенцию	Показатели оценивания	Критерии оценивания	Средства оценивания
УК-1 – способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач			
<i>Знать:</i> системный подход для решения поставленных задач, аналитические и компьютерные методы численного интегрирования и анализа устойчивости;	Выполняет лабораторные задания. Изучает лекционный материал, основную и дополнительную литературу. Выполняет поиск и сбор необходимой информации.	Полнота и правильность выполнения лабораторных заданий, наличие выводов. Правильность ответов на тестовые вопросы. Полнота и содержательность ответа.	ЛЗ – лабораторные задания (1) Тест – тест (10-15) 3 – вопросы к зачету (1-15)
<i>Уметь:</i> использовать современные методы и технологии при анализе устойчивости систем обыкновенных дифференциальных уравнений;	Выполняет лабораторные задания. Изучает лекционный материал, основную и дополнительную литературу. Выполняет поиск и сбор необходимой информации.	Полнота и правильность выполнения лабораторных заданий, наличие выводов. Правильность ответов на тестовые вопросы. Полнота и содержательность ответа.	ЛЗ – лабораторные задания (2) Тест – тест (5-25) 3 – вопросы к зачету (1-15)
<i>Иметь навыки:</i> использовать современные методы качественной теории дифференциальных уравнений при анализе и синтезе реальных систем;	Выполняет лабораторные задания. Изучает лекционный материал, основную и дополнительную литературу. Выполняет поиск и сбор необходимой информации.	Полнота и правильность выполнения лабораторных заданий, наличие выводов. Правильность ответов на тестовые вопросы. Полнота и содержательность ответа.	ЛЗ – лабораторные задания (3) Тест – тест (25-40) 3 – вопросы к зачету (1-15)
ОПК-8 – способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний			
<i>Знать:</i> методы анализа и синтеза дифференциальных моделей на основе специальных научных	Выполняет лабораторные задания. Выполняет содержательный анализ избранной темы.	Полнота и правильность выполнения лабораторных заданий, наличие выводов. Полнота раскрытия	ЛЗ – лабораторные задания (2, 4) Д – доклад Тест – тест (35-

знаний;	Подготовка доклада по избранной теме. Изучает лекционный материал, основную и дополнительную литературу. Выполняет поиск и сбор необходимой информации.	темы. Правильность ответов на тестовые вопросы. Полнота и содержательность ответа.	50) 3 – вопросы к зачету (1-15)
<i>Уметь:</i> применять методы качественной теории дифференциальных уравнений для анализа и синтеза дифференциальных моделей на основе специальных научных знаний;	Выполняет лабораторные задания. Выполняет содержательный анализ избранной темы. Подготовка доклада по избранной теме. Изучает лекционный материал, основную и дополнительную литературу. Выполняет поиск и сбор необходимой информации.	Полнота и правильность выполнения лабораторных заданий, наличие выводов. Полнота раскрытия темы. Правильность ответов на тестовые вопросы. Полнота и содержательность ответа.	ЛЗ – лабораторные задания (4, 5) Д – доклад Тест – тест (30-45) 3 – вопросы к зачету (1-15)
<i>Иметь навыки:</i> анализа и синтеза дифференциальных моделей на основе компьютеризируемых критериев устойчивости.	Выполняет лабораторные задания. Выполняет содержательный анализ избранной темы. Подготовка доклада по избранной теме. Изучает лекционный материал, основную и дополнительную литературу. Выполняет поиск и сбор необходимой информации.	Полнота и правильность выполнения лабораторных заданий, наличие выводов. Полнота раскрытия темы. Правильность ответов на тестовые вопросы. Полнота и содержательность ответа.	ЛЗ – лабораторные задания (1, 2) Д – доклад Тест – тест (15-25) 3 – вопросы к зачету (1-15)

1.2 Шкалы оценивания:

Текущий контроль успеваемости и промежуточная аттестация осуществляется в рамках накопительной балльно-рейтинговой системы в 100-балльной шкале:

Форма контроля – зачет:

50-100 баллов (зачет);

0-49 баллов (незачет);

2 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Вопросы к зачету

1. Приближенное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) и их систем.
2. Методы Эйлера, Эйлера-Коши.
3. Семейство методов Рунге-Кутты.
4. Разностные методы, основанные на интерполяции. Семейство методов Адамса.
5. Проблематика численной устойчивости разностных методов приближенного решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ).
6. Элементы качественной теории дифференциальных уравнений. Задача Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.
7. Задача Коши для систем обыкновенных дифференциальных уравнений в нормальной форме. Условия существования и единственности решения задачи Коши.
8. Элементы теории устойчивости решений задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем.
9. Различные трактовки понятия устойчивости, эволюция данного понятия от истории возникновения до современных определений.
10. Понятие устойчивости в смысле Ляпунова, асимптотическая устойчивость.
11. Понятие устойчивости в смысле Ляпунова решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем.
12. Существующие подходы к моделированию устойчивости и компьютерной оценке устойчивости решения задачи Коши.
13. Трудности оценки устойчивости в смысле Ляпунова на основе методов качественной теории дифференциальных уравнений.
14. Компьютерное моделирование и оценка устойчивости сложных систем обыкновенных дифференциальных уравнений с нетривиальным поведением решений, включающая системы с параметром, с бифуркациями, системы детерминированного хаоса.
15. Системы Лоренца и Ресслера.

Зачетное задание (билет) включает 2 теоретических вопроса из представленного перечня.

Критерии оценивания. Максимальное количество баллов за зачетное задание – 100 (50 баллов максимально за один теоретический вопрос).

Критерии оценивания теоретического вопроса

Критерии оценивания теоретического вопроса	Баллы
Изложенный материал фактически верен, наличие глубоких исчерпывающих знаний; правильные, уверенные действия по применению полученных знаний на практике, грамотное и логически стройное изложение материала при ответе	41-50
Наличие твердых и достаточно полных знаний, правильные действия по применению знаний на практике, четкое изложение материала, допускаются отдельные логические и стилистические погрешности, неуверенность и неточность ответов на дополнительные и наводящие вопросы	26-40
Неполный ответ на вопросы; затрудняется ответить на дополнительные вопросы	1-25
Ответ не связан с вопросами, наличие грубых ошибок в ответе, непонимание сущности излагаемого вопроса, неумение применять знания на практике, неуверенность и неточность ответов на дополнительные и наводящие вопросы	0
Максимальный балл за ответ на теоретический вопрос	50

Доклад

1. Исследование численной устойчивости разностных аппроксимаций методов численного интегрирования ОДУ.
2. Разностные уравнения.
3. Системы ОДУ в нормальной форме. Условия существования и единственности решения.
4. Сведение дифференциальных уравнений высокого порядка к системам ОДУ в нормальной форме.
5. Приемы интегрирования систем ОДУ в нормальной форме.
6. Приближенные аналитические методы решения ОДУ. Метод степенных рядов, Пикара.
7. Методы анализа устойчивости в качественной теории дифференциальных уравнений.
8. Метод линеаризации – первый метод Ляпунова.
9. Метод существования функций Ляпунова – второй метод.
10. Теория бесконечных произведений. Частичные произведения, вопросы сходимости.

Критерии оценивания. Максимальное количество баллов – 20:

- 16-20 баллов, если студент перечисляет все существенные характеристики обозначенного в вопросе предмета и возможные варианты дальнейшего развития решения проблемы, если это возможно;
- 11-15 баллов, если студент раскрыл только часть основных положений вопроса, продемонстрировал неточность в представлениях о предмете вопроса;
- 6-10 баллов, если студент обозначил общую траекторию ответа, но не смог конкретизировать основные компоненты;
- 1-5 балла, если студент не продемонстрировал знаний основных понятий, представлений об изучаемом предмете.

Тест

1. Вставьте возможные заключения в утверждение: «Целью разностных методов решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений является получение...» (два правильных ответа)
 - а) некоторой функции, приближающей искомое решение;
 - б) приближенных значений искомого решения на некоторой равномерной сетке значений аргументов;
 - в) графика искомого решения с помощью специальных аналоговых вычислительных машин;
 - г) приближенного значения решения в некоторой наперед заданной точке посредством приближенных значений на некоторой равномерной сетке аргументов, включающей рассматриваемую точку как конечную.

2. Метод Эйлера численного решения задачи Коши для дифференциального уравнения

$\frac{dy}{dx} = xy$ с начальным условием $y(0) = 1$ с некоторым шагом h имеет вид:

а) $y(x_{i+1}) = y(x_i) + hx_i y(x_i) + \frac{y'(x_i + \Theta_i h)}{2} h^2, 0 < \Theta_i < 1;$

б) $y_{i+1} = (1 + hx_i) y_i, i = 0, 1, \dots;$

в) $y_{i+1} = y_0 + hx_i y_i;$

г) $y = e^{\frac{x^2}{2}}$.

3. Метод Эйлера численного решения задачи Коши для дифференциального уравнения

$$\frac{dy}{dx} = y^2 + x^2 \text{ с начальным условием } y(0) = 0 \text{ с некоторым шагом } h \text{ имеет вид:}$$

а) $y_{i+1} = (1 + h y_i) y_i + h x_i^2, i = 0, 1, \dots;$

б) $y(x_{i+1}) = y(x_i) + h(y^2(x_i) + x_i^2) + \frac{y'(x_i + \Theta_i h)}{2} h^2, 0 < \Theta_i < 1;$

в) $y_{i+1} = y_0 + h(y_i^2 + x_i^2);$

г) $y_1 = y_0 + h(y_0^2 + x_0^2), x_0 = 0, y_0 = 0.$

4. Отличие явных численных методов решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений от неявных заключается в том, что...

а) в явных методах неизвестное значение решения в следующей точке равномерной сетке аргументов находится только в левой части расчетной формулы;

б) в явных методах отсутствует замена переменной для искомого решения;

в) явные методы являются менее точными методами;

г) явные методы отличаются применимостью к большому классу обыкновенных дифференциальных уравнений.

5. Ошибка на шаге и ошибка на всем промежутке решения методом Эйлера задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения с некоторым шагом h соответственно оцениваются как функции

а) $o(h)$ и $O(h)$;

б) $O(h^2)$ и $O(h)$;

в) $o(h^2)$ и $O(h^2)$;

г) $o(h^3)$ и $O(h^2)$.

6. Неявный метод Эйлера численного решения задачи Коши для дифференциального уравнения

$$\frac{dy}{dx} = xy \text{ с начальным условием } y(0) = 1 \text{ с некоторым шагом } h \text{ имеет вид:}$$

а) $y(x_{i+1}) = y(x_i) + h x_i y(x_i) + \frac{y'(x_i + \Theta_i h)}{2} h^2, 0 < \Theta_i < 1;$

б) $y_{i+1} = \frac{y_i}{1 - h(x_i + h)}, i = 0, 1, \dots;$

в) $y_{i+1} = y_i + h x_i y_i;$

г) $y = e^{\frac{x^2}{2}}$.

7. Неявный метод Эйлера численного решения задачи Коши для дифференциального уравнения

$$\frac{dy}{dx} = y^2 + x^2 \text{ с начальным условием } y(0) = 0 \text{ с некоторым шагом } h \text{ имеет вид:}$$

а) $y_{i+1} = (1 + h y_i) y_i + h x_i^2, i = 0, 1, \dots;$

б) $y(x_{i+1}) = y(x_i) + h(y^2(x_i) + x_i^2) + \frac{y'(x_i + \Theta_i h)}{2} h^2, 0 < \Theta_i < 1;$

- в) $y_{i+1} = y_i + h(y_i^2 + x_i^2)$;
 г) $(1 - h y_{i+1})y_{i+1} = y_i + h x_{i+1}^2$.

8. Ошибка на шаге и ошибка на всем промежутке решения неявным методом Эйлера задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения с некоторым шагом h соответственно оцениваются как функции

- а) $o(h)$ и $O(h)$;
 б) $O(h^2)$ и $O(h)$;
 в) $o(h^2)$ и $O(h^2)$;
 г) $o(h^3)$ и $O(h^2)$.

9. Метод Эйлера-Коши численного решения задачи Коши для уравнения $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$ с начальным условием $y(x_0) = y_0$ с некоторым шагом h имеет вид:

- а) $y_{i+1} = y_i + h f\left(x_i + \frac{h}{2}, y_{i+\frac{1}{2}}\right)$, $y_{i+\frac{1}{2}} = y_i + \frac{h}{2} f(x_i, y_i)$, $i = 0, 1, \dots$;
 б) $y_{i+1} = y_i + \frac{h}{2} [f(x_i, y_i) + f(x_{i+1}, y_{i+1})]$;
 в) $y_{i+1} = y_i + \frac{h}{2} [f(x_i, y_i) + f(x_{i+1}, y_i + h f(x_i, y_i))]$;
 г) $y_{i+1} = y_{i-1} + 2h f(x_i, y_i)$.

10. Ошибка на шаге и ошибка на всем промежутке решения методом Эйлера-Коши задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения с некоторым шагом h соответственно оцениваются как функции

- а) $o(h^3)$ и $O(h^3)$;
 б) $o(h^2)$ и $O(h)$;
 в) $o(h^2)$ и $O(h^2)$;
 г) $O(h^3)$ и $O(h^2)$.

11. Идея построения явных методов Рунге-Кутты заключается в...

- а) замене функции из правой части дифференциального уравнения интерполяционным многочленом;
 б) построение такой функции, которая приближала бы отрезок ряда Тейлора разложения искомого решения и не содержала частных производных от правой части дифференциального уравнения;
 в) записи разложения искомого решения по формуле Тейлора некоторого порядка и последовательном дифференцировании правой части дифференциального уравнения с целью нахождения тейлоровских коэффициентов;
 г) применение метода простых итераций к эквивалентному исходной задаче Коши для обыкновенного дифференциального уравнения интегральному уравнению.

12. Термин пятиэтапный метод Рунге-Кутта означает, что...

- а) для получения метода использовалась замена правой части дифференциального уравнения интерполяционным многочленом пятой степени;
 б) для получения метода использовалось разложение искомого решения по формуле Тейлора с первыми пятью членами;

- в) для вычисления следующего значения решения необходимо знать пять предыдущих значений в узлах равномерной сетке аргументов;
 г) метод на каждом шаге предполагает пятикратное вычисление значения правой части дифференциального уравнения.

13. Метод Рунге-Кутты 4-ого порядка решения задачи $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$, $y(x_0) = y_0$, с некоторым шагом h имеет вид:

а) $y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24} (9f(x_{i+1}, y_{i+1}) + 19f(x_i, y_i) - 5f(x_{i-1}, y_{i-1}) + f(x_{i-2}, y_{i-2}))$, $i = 2, 3, \dots$

;

б) $y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24} (55f(x_i, y_i) - 59f(x_{i-1}, y_{i-1}) + 37f(x_{i-2}, y_{i-2}) - 9f(x_{i-3}, y_{i-3}))$,

$i = 3, 4, \dots$;

в) $k_1^{(i)} = f(x_i, y_i)$, $k_2^{(i)} = f\left(x_i + \frac{h}{2}, y_i + h\frac{k_1^{(i)}}{2}\right)$, $k_3^{(i)} = f\left(x_i + \frac{h}{2}, y_i + h\frac{k_2^{(i)}}{2}\right)$,

$k_4^{(i)} = f(x_i + h, y_i + hk_3^{(i)})$, $y_{i+1} = y_i + \frac{h}{6} (k_1^{(i)} + 2k_2^{(i)} + 2k_3^{(i)} + k_4^{(i)})$, $i = 0, 1, \dots$;

г) $y(x_{i+1}) = y(x_i) + y'(x_i)h + \frac{y''(x_i)}{2}h^2 + \frac{y'''(x_i)}{6}h^3 + \frac{y^{(4)}(x_i)}{24}h^4$.

14. Выберите верные суждения (два верных ответа) о преимуществах и недостатках семейства методов Рунге-Кутты:

- а) к преимуществам семейства методов Рунге-Кутты относится возможность сконструировать методы высокого порядка точности;
 б) к преимуществам семейства методов Рунге-Кутты относится возможность решать задачи Коши для любых обыкновенных дифференциальных уравнений, например, для жестких уравнений;
 в) к недостаткам семейства методов Рунге-Кутты относится их многошаговость и отсюда необходимость совершать «начальный разгон» с помощью других методов такого же порядка точности;
 г) к недостаткам методов Рунге-Кутты относится их вычислительная трудоемкость и громоздкость аналитических выражений методов высокого порядка точности.

15. Ошибка на шаге и ошибка на всем промежутке решения методом Рунге-Кутты 4-ого порядка задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения с некоторым шагом h соответственно оцениваются как функции:

а) $o(h^5)$ и $O(h^5)$;

б) $O(h^5)$ и $O(h^4)$;

в) $o(h^4)$ и $O(h^4)$;

г) $o(h^4)$ и $O(h^5)$.

16. Из приводимых ниже численных методов решения задачи $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$, $y(x_0) = y_0$, с некоторым шагом h исключите метод, не относящийся к семейству методов Рунге-Кутты:

а) $y_{i+1} = y_i + hf\left(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{h}{2}f(x_i, y_i)\right)$, $i = 0, 1, \dots$;

б) $y_{i+1} = y_i + h f(x_i, y_i), i = 0, 1, \dots;$

в) $y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24} (55 f(x_i, y_i) - 59 f(x_{i-1}, y_{i-1}) + 37 f(x_{i-2}, y_{i-2}) - 9 f(x_{i-3}, y_{i-3})),$
 $i = 3, 4, \dots;$

г) $y_{i+1} = y_i + \frac{h}{2} [f(x_i, y_i) + f(x_{i+1}, y_i + h f(x_i, y_i))], i = 0, 1, \dots .$

17. Практически приемлемым способом оценивания погрешности методов Рунге-Кутты высокого порядка точности является...

а) сравнение с точным значением искомого решения;

б) применение принципа Рунге;

в) вывод аналитических оценок погрешности на основе известных условий сходимости методов;

г) сравнение с тейлоровским разложением искомого решения.

18. Указать правильную последовательность вычислений при приближенном решении задачи

Коши $\frac{dy}{dx} = x y, y(x_0) = y_0$, методом Рунге-Кутта 4-го порядка с некоторым шагом h , где i –

номер шага.

1: $k := x_i y_i$

2: $k := \left(x_i + \frac{h}{2}\right) \left(y_i + h \frac{k}{2}\right)$

3: $k := \left(x_i + \frac{h}{2}\right) \left(y_i + h \frac{k}{2}\right)$

4: $k := (x_i + h)(y_i + h k)$

5: $y_{i+1} = y_i + \frac{h}{6} (k_1^{(i)} + 2k_2^{(i)} + 2k_3^{(i)} + k_4^{(i)})$

19. Указать правильную последовательность вычислений при приближенном решении задачи

Коши $\frac{dy}{dx} = 2x y, y(x_0) = y_0$, методом Рунге-Кутта 4-го порядка с некоторым шагом h , где

i – номер шага.

1: $k := 2x_i y_i$

2: $k := (2x_i + h) \left(y_i + h \frac{k}{2}\right)$

3: $k := \left(x_i + \frac{h}{2}\right) (2y_i + h k)$

4: $k := 2(x_i + h)(y_i + h k)$

5: $y_{i+1} = y_i + \frac{h}{6} (k_1^{(i)} + 2k_2^{(i)} + 2k_3^{(i)} + k_4^{(i)})$

20. Указать правильную последовательность вычислений при приближенном решении задачи

Коши $\frac{dy}{dx} = 3x y, y(x_0) = y_0$, методом Рунге-Кутта 4-го порядка с некоторым шагом h , где i

– номер шага.

$$1: k := 3x_i y_i$$

$$2: k := \left(3x_i + \frac{3}{2}h\right)\left(y_i + h\frac{k}{2}\right)$$

$$3: k := \left(x_i + \frac{h}{2}\right)\left(3y_i + \frac{3}{2}hk\right)$$

$$4: k := 3(x_i + h)(y_i + hk)$$

$$5: y_{i+1} = y_i + \frac{h}{6}(k_1^{(i)} + 2k_2^{(i)} + 2k_3^{(i)} + k_4^{(i)})$$

21. Указать правильную последовательность вычислений при приближенном решении задачи

Коши $\frac{dy}{dx} = 4xy$, $y(x_0) = y_0$, методом Рунге-Кутты 4-го порядка с некоторым шагом h , где

i – номер шага.

$$1: k := 4x_i y_i$$

$$2: k := (4x_i + 2h)\left(y_i + h\frac{k}{2}\right)$$

$$3: k := \left(x_i + \frac{h}{2}\right)(4y_i + 2hk)$$

$$4: k := 4(x_i + h)(y_i + hk)$$

$$5: y_{i+1} = y_i + \frac{h}{6}(k_1^{(i)} + 2k_2^{(i)} + 2k_3^{(i)} + k_4^{(i)})$$

22. Указать правильную последовательность вычислений при приближенном решении задачи

Коши $\frac{dy}{dx} = 5xy$, $y(x_0) = y_0$, методом Рунге-Кутты 4-го порядка с некоторым шагом h , где

i – номер шага.

$$1: k := 5x_i y_i$$

$$2: k := \left(5x_i + \frac{5}{2}h\right)\left(y_i + h\frac{k}{2}\right)$$

$$3: k := \left(x_i + \frac{h}{2}\right)\left(5y_i + \frac{5}{2}hk\right)$$

$$4: k := 5(x_i + h)(y_i + hk)$$

$$5: y_{i+1} = y_i + \frac{h}{6}(k_1^{(i)} + 2k_2^{(i)} + 2k_3^{(i)} + k_4^{(i)})$$

23. Указать правильную последовательность вычислений при приближенном решении задачи

Коши $\frac{dy}{dx} = y + x$, $y(x_0) = y_0$, методом Рунге-Кутты 4-го порядка с некоторым шагом h , где

i – номер шага.

$$1: k := x_i + y_i$$

$$2: k := x_i + y_i + \frac{h}{2}(1 + k)$$

$$3: k := x_i + \frac{h}{2} + y_i + h \frac{k}{2}$$

$$4: k := x_i + y_i + h(1+k)$$

$$5: y_{i+1} = y_i + \frac{h}{6} (k_1^{(i)} + 2k_2^{(i)} + 2k_3^{(i)} + k_4^{(i)})$$

24. Указать правильную последовательность вычислений при приближенном решении задачи

Коши $\frac{dy}{dx} = 2y + x$, $y(x_0) = y_0$, методом Рунге-Кутты 4-го порядка с некоторым шагом h ,

где i – номер шага.

$$1: k := x_i + 2y_i$$

$$2: k := x_i + 2y_i + \frac{h}{2}(1+2k)$$

$$3: k := x_i + 2y_i + h \left(k + \frac{1}{2} \right)$$

$$4: k := x_i + h + 2(y_i + hk)$$

$$5: y_{i+1} = y_i + \frac{h}{6} (k_1^{(i)} + 2k_2^{(i)} + 2k_3^{(i)} + k_4^{(i)})$$

25. Указать правильную последовательность вычислений при приближенном решении задачи

Коши $\frac{dy}{dx} = y + 2x$, $y(x_0) = y_0$, методом Рунге-Кутты 4-го порядка с некоторым шагом h ,

где i – номер шага.

$$1: k := 2x_i + y_i$$

$$2: k := 2x_i + y_i + h \left(1 + \frac{k}{2} \right)$$

$$3: k := 2x_i + y_i + \frac{h}{2}(k+2)$$

$$4: k := 2x_i + y_i + h(k+2)$$

$$5: y_{i+1} = y_i + \frac{h}{6} (k_1^{(i)} + 2k_2^{(i)} + 2k_3^{(i)} + k_4^{(i)})$$

26. Указать правильную последовательность вычислений при приближенном решении задачи

Коши $\frac{dy}{dx} = y - x$, $y(x_0) = y_0$, методом Рунге-Кутты 4-го порядка с некоторым шагом h , где

i – номер шага.

$$1: k := y_i - x_i$$

$$2: k := y_i - x_i + \frac{h}{2}(k-1)$$

$$3: k := y_i - x_i + \frac{hk}{2} - \frac{h}{2}$$

$$4: k := y_i - x_i + h(k-1)$$

$$5: y_{i+1} = y_i + \frac{h}{6} (k_1^{(i)} + 2k_2^{(i)} + 2k_3^{(i)} + k_4^{(i)})$$

27. Указать правильную последовательность вычислений при приближенном решении задачи Коши $\frac{dy}{dx} = x - y$, $y(x_0) = y_0$, методом Рунге-Кутты 4-го порядка с некоторым шагом h , где

i – номер шага.

$$1: k := x_i - y_i$$

$$2: k := x_i - y_i + \frac{h}{2}(1 - k)$$

$$3: k := x_i - y_i - \frac{hk}{2} + \frac{h}{2}$$

$$4: k := x_i - y_i + h(1 - k)$$

$$5: y_{i+1} = y_i + \frac{h}{6} (k_1^{(i)} + 2k_2^{(i)} + 2k_3^{(i)} + k_4^{(i)})$$

28. Термин «четырёх шаговый» численный метод решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения означает, что...

а) на каждом шаге метода необходимо четырехкратное вычисление значения правой части уравнения;

б) для получения метода использовалось разложение искомого решения по формуле Тейлора с первыми четырьмя членами;

в) для вычисления значения искомого решения в следующем узле равномерной сетке аргументов необходимо знать значения решения в четырех предыдущих узлах;

г) на каждом шаге метода производится четыре уточнения значения решения с помощью метода простых итераций.

29. Экстраполяционные методы Адамса-Башфорта порождаются заменой правой части обыкновенного дифференциального уравнения на некотором произвольном i -м шаге численного решения $x_{i+1} = x_i + h$ интерполяционным многочленом:

а) Ньютона для интерполирования вперед из узла x_i ;

б) Ньютона для интерполирования назад из узла x_i ;

в) Ньютона для интерполирования назад из узла x_{i+1} ;

г) Ньютона для интерполирования вперед из узла x_{i+1} .

30. Интерполяционные методы Адамса-Моултона порождаются заменой правой части обыкновенного дифференциального уравнения на некотором произвольном i -м шаге численного решения $x_{i+1} = x_i + h$ интерполяционным многочленом:

а) Ньютона для интерполирования вперед из узла x_i ;

б) Ньютона для интерполирования назад из узла x_i ;

в) Ньютона для интерполирования назад из узла x_{i+1} ;

г) Ньютона для интерполирования вперед из узла x_{i+1} .

31. Экстраполяционный метод Адамса-Башфорта 4-ого порядка получается заменой правой части обыкновенного дифференциального уравнения на некотором произвольном i -м шаге численного решения $x_{i+1} = x_i + h$ интерполяционным многочленом Ньютона для интерполирования назад из узла x_i степени:

- а) 6;
- б) 5;
- в) 3;
- г) 4.

32. Интерполяционный метод Адамса-Моултона 4-ого порядка получается заменой правой части обыкновенного дифференциального уравнения на некотором произвольном i -м шаге численного решения $x_{i+1} = x_i + h$ интерполяционным многочленом Ньютона для интерполирования назад из узла x_{i+1} степени:

- а) 6;
- б) 5;
- в) 3;
- г) 4.

33. Для экстраполяционных методов Адамса-Башфорта порядок шаговости и порядок точности связаны между собой:

- а) порядок шаговости и порядок точности совпадают;
- б) порядок шаговости на единицу больше порядка точности;
- в) порядок шаговости на единицу меньше порядка точности;
- г) порядок точности на единицу больше порядок шаговости.

34. Для интерполяционных методов Адамса-Моултона порядок шаговости и порядок точности связаны между собой:

- а) порядок точности на единицу ниже порядка шаговости;
- б) порядок шаговости и порядок точности совпадают;
- в) порядок шаговости на единицу ниже порядка точности;
- г) порядок шаговости на единицу выше порядка точности.

35. Применение интерполяционного полинома Ньютона третьей степени для интерполирования назад к правой части задачи $\frac{dy}{dx} = f(x, y), y(x_0) = y_0$, порождает численный метод ее решения, ошибка на шаге и ошибка на промежутке которого оцениваются как функции:

- а) $o(h^4)$ и $O(h^3)$;
- б) $O(h^5)$ и $O(h^4)$;
- в) $o(h^3)$ и $O(h^2)$;
- г) $o(h^3)$ и $O(h^3)$.

36. Из приводимых ниже численных методов решения задачи $\frac{dy}{dx} = f(x, y), y(x_0) = y_0$, с некоторым шагом h исключите метод, не относящийся к семейству методов Адамса-Башфорта:

- а) $y_{i+1} = y_i + \frac{h}{2} [3f(x_i, y_i) - f(x_{i-1}, y_{i-1})], i = 1, 2, \dots;$
- б) $y_{i+1} = y_i + hf(x_i, y_i), i = 0, 1, \dots;$
- в) $y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24} (55f(x_i, y_i) - 59f(x_{i-1}, y_{i-1}) + 37f(x_{i-2}, y_{i-2}) - 9f(x_{i-3}, y_{i-3})),$
 $i = 3, 4, \dots;$
- г) $y_{i+1} = y_i + hf(x_{i+1}, y_{i+1}), i = 0, 1, \dots$

37. Из приводимых ниже численных методов решения задачи $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$, $y(x_0) = y_0$, с некоторым шагом h исключите метод, не относящийся к семейству методов Адамса-Моултона:

а) $y_{i+1} = y_i + hf(x_{i+1}, y_{i+1})$, $i = 0, 1, \dots$;

б) $y_{i+1} = y_i + \frac{h}{2} [f(x_{i+1}, y_{i+1}) + f(x_i, y_i)]$, $i = 0, 1, \dots$;

в) $y_{i+1} = y_i + hf(x_i, y_i)$, $i = 0, 1, \dots$;

г) $y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24} (9f(x_{i+1}, y_{i+1}) + 19f(x_i, y_i) - 5f(x_{i-1}, y_{i-1}) + f(x_{i-2}, y_{i-2}))$, $i = 2, 3, \dots$

38. Разностный метод Адамса-Башфорта 4-го порядка приближенного решения с некоторым шагом h задачи Коши для $\frac{dy}{dx} = xy$, $y(x_0) = y_0$, имеет вид

$+$: $y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24} (55x_i y_i - 59x_{i-1} y_{i-1} + 37x_{i-2} y_{i-2} - 9x_{i-3} y_{i-3})$, $i = 3, 4, \dots$

$-$: $y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24} (55x_i y_i - 59x_{i-1} y_{i-1} + 37x_{i-2} y_{i-2})$, $i = 2, 3, \dots$

$-$: $y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24} (55x_i y_i - 59x_{i-1} y_{i-1} - 9x_{i-3} y_{i-3})$, $i = 3, 4, \dots$

$-$: $y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24} (55x_i y_i + 37x_{i-2} y_{i-2} - 9x_{i-3} y_{i-3})$, $i = 3, 4, \dots$

$-$: $y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24} (59x_{i-1} y_{i-1} + 37x_{i-2} y_{i-2} - 9x_{i-3} y_{i-3})$, $i = 3, 4, \dots$

39. Разностный метод Адамса-Башфорта 4-го порядка приближенного решения с некоторым шагом h задачи Коши для $\frac{dy}{dx} = 2xy$, $y(x_0) = y_0$, имеет вид

$+$: $y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24} (110x_i y_i - 118x_{i-1} y_{i-1} + 74x_{i-2} y_{i-2} - 18x_{i-3} y_{i-3})$, $i = 3, 4, \dots$

$-$: $y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24} (110x_i y_i - 118x_{i-1} y_{i-1} + 74x_{i-2} y_{i-2})$, $i = 2, 3, \dots$

$-$: $y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24} (110x_i y_i - 118x_{i-1} y_{i-1} - 18x_{i-3} y_{i-3})$, $i = 3, 4, \dots$

$-$: $y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24} (110x_i y_i + 74x_{i-2} y_{i-2} - 18x_{i-3} y_{i-3})$, $i = 3, 4, \dots$

$-$: $y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24} (118x_{i-1} y_{i-1} + 74x_{i-2} y_{i-2} - 18x_{i-3} y_{i-3})$, $i = 3, 4, \dots$

40. Разностный метод Адамса-Башфорта 4-го порядка приближенного решения с некоторым шагом h задачи Коши для $\frac{dy}{dx} = 3xy$, $y(x_0) = y_0$, имеет вид

$$+: y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24} (165 x_i y_i - 177 x_{i-1} y_{i-1} + 111 x_{i-2} y_{i-2} - 27 x_{i-3} y_{i-3}), i = 3, 4, \dots$$

$$-: y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24} (165 x_i y_i - 177 x_{i-1} y_{i-1} + 111 x_{i-2} y_{i-2}), i = 2, 3, \dots$$

$$-: y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24} (165 x_i y_i - 177 x_{i-1} y_{i-1} - 27 x_{i-3} y_{i-3}), i = 3, 4, \dots$$

$$-: y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24} (165 x_i y_i + 111 x_{i-2} y_{i-2} - 27 x_{i-3} y_{i-3}), i = 3, 4, \dots$$

$$-: y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24} (177 x_{i-1} y_{i-1} + 111 x_{i-2} y_{i-2} - 27 x_{i-3} y_{i-3}), i = 3, 4, \dots$$

41. Разностный метод Адамса-Башфорта 4-го порядка приближенного решения с некоторым шагом h задачи Коши для $\frac{dy}{dx} = 4xy$, $y(x_0) = y_0$, имеет вид

$$+: y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24} (220 x_i y_i - 236 x_{i-1} y_{i-1} + 148 x_{i-2} y_{i-2} - 36 x_{i-3} y_{i-3}), i = 3, 4, \dots$$

$$-: y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24} (220 x_i y_i - 236 x_{i-1} y_{i-1} + 148 x_{i-2} y_{i-2}), i = 2, 3, \dots$$

$$-: y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24} (220 x_i y_i - 236 x_{i-1} y_{i-1} - 36 x_{i-3} y_{i-3}), i = 3, 4, \dots$$

$$-: y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24} (220 x_i y_i + 148 x_{i-2} y_{i-2} - 36 x_{i-3} y_{i-3}), i = 3, 4, \dots$$

$$-: y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24} (236 x_{i-1} y_{i-1} + 148 x_{i-2} y_{i-2} - 36 x_{i-3} y_{i-3}), i = 3, 4, \dots$$

42. Разностный метод Адамса-Башфорта 4-го порядка приближенного решения с некоторым шагом h задачи Коши для $\frac{dy}{dx} = 5xy$, $y(x_0) = y_0$, имеет вид

$$+: y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24} (225 x_i y_i - 295 x_{i-1} y_{i-1} + 185 x_{i-2} y_{i-2} - 45 x_{i-3} y_{i-3}), i = 3, 4, \dots$$

$$-: y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24} (225 x_i y_i - 295 x_{i-1} y_{i-1} + 185 x_{i-2} y_{i-2}), i = 2, 3, \dots$$

$$-: y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24} (225 x_i y_i - 295 x_{i-1} y_{i-1} - 45 x_{i-3} y_{i-3}), i = 3, 4, \dots$$

$$-: y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24} (225 x_i y_i + 185 x_{i-2} y_{i-2} - 45 x_{i-3} y_{i-3}), i = 3, 4, \dots$$

$$-: y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24} (295 x_{i-1} y_{i-1} + 185 x_{i-2} y_{i-2} - 45 x_{i-3} y_{i-3}), i = 3, 4, \dots$$

43. Разностный метод Адамса-Башфорта 4-го порядка приближенного решения с некоторым шагом h задачи Коши для $\frac{dy}{dx} = -xy$, $y(x_0) = y_0$, имеет вид

$$+: y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24} (59 x_{i-1} y_{i-1} - 55 x_i y_i - 37 x_{i-2} y_{i-2} + 9 x_{i-3} y_{i-3}), i = 3, 4, \dots$$

$$\therefore y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24} (59x_{i-1}y_{i-1} - 55x_iy_i - 37x_{i-2}y_{i-2}), i = 2, 3, \dots$$

$$\therefore y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24} (59x_{i-1}y_{i-1} - 55x_iy_i + 9x_{i-3}y_{i-3}), i = 3, 4, \dots$$

$$\therefore y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24} (9x_{i-3}y_{i-3} - 55x_iy_i - 37x_{i-2}y_{i-2}), i = 3, 4, \dots$$

$$\therefore y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24} (59x_{i-1}y_{i-1} - 37x_{i-2}y_{i-2} + 9x_{i-3}y_{i-3}), i = 3, 4, \dots$$

44. Разностный метод Адамса-Башфорта 4-го порядка приближенного решения с некоторым шагом h задачи Коши для $\frac{dy}{dx} = -2xy$, $y(x_0) = y_0$, имеет вид

$$+ : y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24} (-110x_iy_i + 118x_{i-1}y_{i-1} - 74x_{i-2}y_{i-2} + 18x_{i-3}y_{i-3}), i = 3, 4, \dots$$

$$\therefore y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24} (-110x_iy_i + 118x_{i-1}y_{i-1} - 74x_{i-2}y_{i-2}), i = 2, 3, \dots$$

$$\therefore y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24} (-110x_iy_i + 118x_{i-1}y_{i-1} + 18x_{i-3}y_{i-3}), i = 3, 4, \dots$$

$$\therefore y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24} (-110x_iy_i + 118x_{i-2}y_{i-2} + 18x_{i-3}y_{i-3}), i = 3, 4, \dots$$

$$\therefore y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24} (118x_{i-1}y_{i-1} - 74x_{i-2}y_{i-2} + 18x_{i-3}y_{i-3}), i = 3, 4, \dots$$

45. Разностный метод Адамса-Башфорта 4-го порядка приближенного решения с некоторым шагом h задачи Коши для $\frac{dy}{dx} = -3xy$, $y(x_0) = y_0$, имеет вид

$$+ : y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24} (-165x_iy_i + 177x_{i-1}y_{i-1} - 111x_{i-2}y_{i-2} + 27x_{i-3}y_{i-3}), i = 3, 4, \dots$$

$$\therefore y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24} (-165x_iy_i + 177x_{i-1}y_{i-1} - 111x_{i-2}y_{i-2}), i = 2, 3, \dots$$

$$\therefore y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24} (-165x_iy_i + 177x_{i-1}y_{i-1} + 27x_{i-3}y_{i-3}), i = 3, 4, \dots$$

$$\therefore y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24} (-165x_iy_i - 111x_{i-2}y_{i-2} + 27x_{i-3}y_{i-3}), i = 3, 4, \dots$$

$$\therefore y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24} (177x_{i-1}y_{i-1} - 111x_{i-2}y_{i-2} + 27x_{i-3}y_{i-3}), i = 3, 4, \dots$$

46. Разностный метод Адамса-Башфорта 4-го порядка приближенного решения с некоторым шагом h задачи Коши для $\frac{dy}{dx} = -4xy$, $y(x_0) = y_0$, имеет вид

$$+ : y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24} (-220x_iy_i + 236x_{i-1}y_{i-1} - 148x_{i-2}y_{i-2} + 36x_{i-3}y_{i-3}), i = 3, 4, \dots$$

$$\therefore y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24} (-220x_iy_i + 236x_{i-1}y_{i-1} - 148x_{i-2}y_{i-2}), i = 2, 3, \dots$$

$$\therefore y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24} (-220 x_i y_i + 236 x_{i-1} y_{i-1} + 36 x_{i-3} y_{i-3}), i = 3, 4, \dots$$

$$\therefore y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24} (-220 x_i y_i - 148 x_{i-2} y_{i-2} + 36 x_{i-3} y_{i-3}), i = 3, 4, \dots$$

$$\therefore y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24} (236 x_{i-1} y_{i-1} - 148 x_{i-2} y_{i-2} + 36 x_{i-3} y_{i-3}), i = 3, 4, \dots$$

47. Разностный метод Адамса-Башфорта 4-го порядка приближенного решения с некоторым шагом h задачи Коши для $\frac{dy}{dx} = -5xy$, $y(x_0) = y_0$, имеет вид

$$+ : y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24} (-225 x_i y_i + 295 x_{i-1} y_{i-1} - 185 x_{i-2} y_{i-2} + 45 x_{i-3} y_{i-3}), i = 3, 4, \dots$$

$$\therefore y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24} (-225 x_i y_i + 295 x_{i-1} y_{i-1} - 185 x_{i-2} y_{i-2}), i = 2, 3, \dots$$

$$\therefore y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24} (-225 x_i y_i + 295 x_{i-1} y_{i-1} + 45 x_{i-3} y_{i-3}), i = 3, 4, \dots$$

$$\therefore y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24} (-225 x_i y_i - 185 x_{i-2} y_{i-2} + 45 x_{i-3} y_{i-3}), i = 3, 4, \dots$$

$$\therefore y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24} (295 x_{i-1} y_{i-1} - 185 x_{i-2} y_{i-2} + 45 x_{i-3} y_{i-3}), i = 3, 4, \dots$$

48. Разностный метод Адамса-Моултона 4-го порядка приближенного решения с некоторым шагом h задачи Коши для $\frac{dy}{dx} = xy$, $y(x_0) = y_0$, имеет вид

$$+ : y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24} (9x_{i+1} y_{i+1} + 19x_i y_i - 5x_{i-1} y_{i-1} + x_{i-2} y_{i-2}), i = 2, 3, \dots$$

$$\therefore y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24} (9x_{i+1} y_{i+1} + 19x_i y_i - 5x_{i-1} y_{i-1}), i = 1, 2, \dots$$

$$\therefore y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24} (9x_{i+1} y_{i+1} + 19x_i y_i + x_{i-2} y_{i-2}), i = 2, 3, \dots$$

$$\therefore y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24} (9x_{i+1} y_{i+1} - 5x_{i-1} y_{i-1} + x_{i-2} y_{i-2}), i = 2, 3, \dots$$

$$\therefore y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24} (19x_i y_i - 5x_{i-1} y_{i-1} + x_{i-2} y_{i-2}), i = 2, 3, \dots$$

49. Разностный метод Адамса-Моултона 4-го порядка приближенного решения с некоторым шагом h задачи Коши для $\frac{dy}{dx} = 2xy$, $y(x_0) = y_0$, имеет вид

$$+ : y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24} (18x_{i+1} y_{i+1} + 38x_i y_i - 10x_{i-1} y_{i-1} + 2x_{i-2} y_{i-2}), i = 2, 3, \dots$$

$$\therefore y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24} (18x_{i+1} y_{i+1} + 38x_i y_i - 10x_{i-1} y_{i-1}), i = 1, 2, \dots$$

$$\therefore y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24} (18x_{i+1} y_{i+1} + 38x_i y_i + 2x_{i-2} y_{i-2}), i = 2, 3, \dots$$

$$\therefore y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24} (18x_{i+1} y_{i+1} - 10x_{i-1} y_{i-1} + 2x_{i-2} y_{i-2}), i = 2, 3, \dots$$

$$\therefore y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24} (38x_i y_i - 10x_{i-1} y_{i-1} + 2x_{i-2} y_{i-2}), i = 2, 3, \dots$$

50. Разностный метод Адамса-Моултона 4-го порядка приближенного решения с некоторым шагом h задачи Коши для $\frac{dy}{dx} = 3xy$, $y(x_0) = y_0$, имеет вид

$$+ : y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24} (27x_{i+1} y_{i+1} + 57x_i y_i - 15x_{i-1} y_{i-1} + 3x_{i-2} y_{i-2}), i = 2, 3, \dots$$

$$\therefore y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24} (27x_{i+1} y_{i+1} + 57x_i y_i - 15x_{i-1} y_{i-1}), i = 1, 2, \dots$$

$$\therefore y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24} (27x_{i+1} y_{i+1} + 57x_i y_i + 3x_i y_i), i = 2, 3, \dots$$

$$\therefore y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24} (27x_{i+1} y_{i+1} - 15x_{i-1} y_{i-1} + 3x_{i-2} y_{i-2}), i = 2, 3, \dots$$

$$\therefore y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24} (57x_i y_i - 15x_{i-1} y_{i-1} + 3x_{i-2} y_{i-2}), i = 2, 3, \dots$$

Критерии оценивания. Максимальное количество баллов – 30:

- 26-30 баллов, если студент ответил правильно на 84-100% заданий теста;
- 21-25 баллов, если студент ответил правильно на 67-83% заданий;
- 16-20 баллов, если студент ответил правильно на 50-66% заданий;
- 0-15 баллов, если студент ответил правильно менее, чем на 50 % заданий.

Лабораторные задания

Предполагается 5 лабораторных заданий.

Критерии оценивания. Максимальное количество полученных баллов за выполнение всех заданий 50 баллов. Каждое задание, выполненное в полном объеме, оценивается в 10 баллов.

Критерии оценки:

- 8-10 баллов – работа выполнена полностью. Студент владеет теоретическим материалом, отсутствуют ошибки при описании теории, формулирует собственные, самостоятельные, обоснованные, аргументированные суждения, представляет полные и развернутые ответы на дополнительные вопросы.
- 6-7 балла – работа выполнена полностью. Студент владеет теоретическим материалом, отсутствуют ошибки при описании теории, формулирует собственные, самостоятельные, обоснованные, аргументированные суждения, допуская незначительные ошибки на дополнительные вопросы.
- 4-5 балла – работа выполнена полностью. Студент владеет теоретическим материалом на минимально допустимом уровне, отсутствуют ошибки при описании теории, испытывает затруднения в формулировке собственных обоснованных и аргументированных суждений, допуская ошибки на дополнительные вопросы.
- 1-3 балла – работа выполнена не полностью. Студент не владеет теоретическим материалом, допуская грубые ошибки, испытывает затруднения в формулировке собственных суждений, не способен ответить на дополнительные вопросы.

3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Процедуры оценивания включают в себя текущий контроль и промежуточную аттестацию.

Текущий контроль успеваемости проводится с использованием оценочных средств, представленных в п. 2 данного приложения. Результаты текущего контроля доводятся до сведения студентов до промежуточной аттестации.

Промежуточная аттестация проводится в форме зачета.

Зачет проводится по окончании теоретического обучения до начала экзаменационной сессии. Количество вопросов в задании – 2 теоретических вопроса. Проверка ответов и объявление результатов производится в день зачет. Результаты аттестации заносятся в зачетную ведомость и зачетную книжку студента. Студенты, не прошедшие промежуточную аттестацию по графику сессии, должны ликвидировать задолженность в установленном порядке.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Методические указания по освоению дисциплины адресованы студентам всех форм обучения.

Учебным планом предусмотрены следующие виды занятий:

- лекции;
- лабораторные работы.

Важным условием успешного освоения дисциплины «Алгоритмы численного интегрирования и анализа устойчивости» является создание системы правильной организации труда, позволяющей распределить учебную нагрузку равномерно в соответствии с графиком образовательного процесса. Большую помощь в этом может оказать составление плана работы на семестр, месяц, неделю, день. Его наличие позволит подчинить свободное время целям учебы, трудиться более успешно и эффективно. С вечера всегда надо распределять работу на завтрашний день. В конце каждого дня целесообразно подвести итог работы: тщательно проверить, все ли выполнено по намеченному плану, не было ли каких-либо отступлений, а если были, по какой причине они произошли. Нужно осуществлять самоконтроль, который является необходимым условием успешной учебы. Если что-то осталось невыполненным, необходимо изыскать время для завершения этой части работы, не уменьшая объема недельного плана. Все задания к лабораторным работам, а также задания, вынесенные на самостоятельную работу, рекомендуется выполнять непосредственно после соответствующей темы лекционного курса, что способствует лучшему усвоению материала, позволяет своевременно выявить и устранить «пробелы» в знаниях, систематизировать ранее пройденный материал, на его основе приступить к овладению новыми знаниями и навыками.

Знакомство с дисциплиной происходит уже на первой лекции, где от студента требуется не просто внимание, но и самостоятельное оформление конспекта. При работе с конспектом лекций необходимо учитывать тот фактор, что одни лекции дают ответы на конкретные вопросы темы, другие – лишь выявляют взаимосвязи между явлениями, помогая студенту понять глубинные процессы развития изучаемого предмета как в истории, так и в настоящее время.

Конспектирование лекций – сложный вид вузовской аудиторной работы, предполагающий интенсивную умственную деятельность студента. Конспект является полезным тогда, когда записано самое существенное и сделано это самим обучающимся. Не надо стремиться записать дословно всю лекцию. Такое «конспектирование» приносит больше вреда, чем пользы. Целесообразно вначале понять основную мысль, излагаемую лектором, а затем записать ее. Желательно запись осуществлять на одной странице листа или оставляя поля, на которых позднее, при самостоятельной работе с конспектом, можно сделать дополнительные записи, отметить непонятные места.

Конспект лекции лучше подразделять на пункты, соблюдая красную строку. Этому в большой степени будут способствовать вопросы плана лекции, предложенные преподавателям. Следует обращать внимание на акценты, выводы, которые делает лектор, отмечая наиболее важные моменты в лекционном материале замечаниями «важно», «хорошо запомнить» и т.п. Можно делать это и с помощью разноцветных маркеров или ручек, подчеркивая термины и определения.

Целесообразно разработать собственную систему сокращений, аббревиатур и символов. Однако при дальнейшей работе с конспектом символы лучше заменить обычными словами для быстрого зрительного восприятия текста.

Работая над конспектом лекций, всегда необходимо использовать не только учебник, но и ту литературу, которую дополнительно рекомендовал лектор. Именно такая серьезная,

кропотливая работа с лекционным материалом позволит глубоко овладеть теоретическим материалом.

В процессе подготовки к лабораторным занятиям, студентам необходимо обратить особое внимание на самостоятельное изучение рекомендованной литературы. При всей полноте конспектирования лекции в ней невозможно изложить весь материал из-за лимита аудиторных часов. Поэтому самостоятельная работа с учебниками, учебными пособиями, научной, справочной литературой, материалами периодических изданий и Интернета является наиболее эффективным методом получения дополнительных знаний, позволяет значительно активизировать процесс овладения информацией, способствует более глубокому усвоению изучаемого материала, формирует у студентов свое отношение к конкретной проблеме.

Изучение дисциплины проходит с акцентом на лабораторные работы. По темам лабораторных работ разработаны учебно-методические материалы, в которых изложены подробные методические рекомендации по изучению каждой темы и выполнению заданий. Наличие таких учебно-методических и дидактических материалов позволяет каждому студенту работать в своем индивидуальном темпе, а также дополнительно прорабатывать изучаемый материал во время самостоятельных занятий.

Для успешного овладения предлагаемым курсом студент должен обладать определённой информационной культурой: навыками работы с литературой, умением определять и находить информационные ресурсы, соответствующие целям и задачам образовательного процесса, получать к ним доступ и использовать в целях повышения эффективности своей профессиональной деятельности. При изучении данного курса необходимо максимально использовать компьютер, изучать дополнительные информационные ресурсы.

Подготовка к промежуточной аттестации.

При подготовке к промежуточной аттестации целесообразно:

- внимательно изучить перечень вопросов и определить, в каких источниках находятся сведения, необходимые для ответа на них;
- внимательно прочитать рекомендованную литературу;
- составить краткие конспекты ответов (планы ответов).