Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Ростовский государственный экономический университет (РИНХ)»

УТВЕРЖДАЮ
Директор Таганрогского института
имени А. П. Чехова (филиала)
РГЭУ (РИНХ)
_____________ С. А. Петрушенко
«25» мая 2026 г.

Рабочая программа дисциплины
Уравнения математической физики

Направление подготовки
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Направленность (профиль) программы бакалавриата
44.03.05.29 Математика и Информатика

Для набора 2026 года

Квалификация
Бакалавр

КАФЕДРА **математики и физики**

Распределение часов дисциплины по семестрам / курсам

Семестр (<Курс>.<Семестр на курсе>)	**9 (5.1)**		Итого	
Недель	10 2/6			
Вид занятий	УП	РП	УП	РП
Лекции	20	20	20	20
Практические	30	30	30	30
Итого ауд.	50	50	50	50
Контактная работа	50	50	50	50
Сам. работа	58	58	58	58
Итого	108	108	108	108

ОСНОВАНИЕ

Учебный план утвержден учёным советом вуза от 03.03.2026, протокол № 9.

Программу составил(и): Доц., Яковенко И.В.

Зав. кафедрой: Фирсова С. А.

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ	
1.1	формирование у обучающихся универсальных (УК-1), общепрофессиональных (ОПК-8)и профессиональных (ПКО-1) компетенций для последующего применения в учебной и практической деятельности в соответствии с общими целями основной профессиональной образовательной программы (ОПОП).

2. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ	
ОПК-8:	Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний
ОПК-8.1:	Владеет основами специальных научных знаний в сфере профессиональной деятельности
ОПК-8.2:	Осуществляет педагогическую деятельность на основе использования специальных научных знаний и практических умений в профессиональной деятельности
ПКО-1:	Способен осуществлять профессиональную деятельность с использованием возможностей цифровой образовательной среды образовательной организации и открытого информационно-образовательного пространства
ПКО-1.1:	Владеет средствами ИКТ для использования цифровых сервисов и разработки электронных образовательных ресурсов
ПКО-1.2:	Осуществляет планирование, организацию, контроль и корректировку образовательного процесса с использованием цифровой образовательной среды образовательной организации и открытого информационно-образовательного пространства
ПКО-1.3:	Использует ресурсы международных и национальных платформ открытого образования в профессиональной деятельности учителя основного общего и среднего общего образования
УК-1:	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач
УК-1.1:	Демонстрирует знание особенностей системного и критического мышления и готовности к нему
УК-1.2:	Применяет логические формы и процедуры, способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности
УК-1.3:	Анализирует источник информации с точки зрения временных и пространственных условий его возникновения
УК-1.4:	Анализирует ранее сложившиеся в науке оценки информации
УК-1.5:	Сопоставляет разные источники информации с целью выявления их противоречий и поиска достоверных суждений
УК-1.6:	Аргументированно формирует собственное суждение и оценку информации, принимает обоснованное решение
УК-1.7:	Определяет практические последствия предложенного решения задачи

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:
Знать:
основные положения, базовые идеи и методы теории уравнений математической физики, систему основных математических структур и аксиоматический метод (соотнесено с индикаторами УК-1.1, 1.2, 1.4, 1.5); основы культуры математического мышления, логической и алгоритмической культуры, элементы общей структуры математического знания, взаимосвязь между различными математическими дисциплинами,основные методы математических рассуждений на основе общих научного исследования и опыта решения учебных и научных проблем, язык математики (соотнесено с индикаторами УК-1.1, 1.2, 1.4, 1.5); универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость в различных областях человеческой деятельности, роль и место математики в системе наук, значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике, общекультурное значение математики (соотнесено с индикаторами УК-1.1, 1.2, 1.4, 1.5); математику как универсальный язык науки, средство моделирования явлений и процессов, критерии качества математических исследований, принципы экспериментальной и эмпирической проверки научных теорий; основные положения истории развития математики, эволюции математических идей и концепции современной математической науки (соотнесено с индикаторами УК-1.1, 1.2, 1.4, 1.5); основы научных теорий и концепций в области возраст-ной, педагогической и социальной психологии, лежащих в основе педагогической деятельности (соотнесено с индикаторами ОПК-8.1, 8.2); основы профессиональной деятельности с использованием возможностей цифровой образовательной среды образовательной организации и открытого информационно-образовательного пространства (соотнесено с индикатором ПКО-1.3).

Уметь:
применять основные положения теории уравнений математической физики, базовые идеи и методы теории уравнений в частных производных, систему основных математических структур и аксиоматический метод (соотнесено с индикаторами УК-1.2, 1.3, 1.4, 1.6, 1.7); пользоваться культурой математического мышления, логической и алгоритмической культурой, реализовывать основные методы математических рассуждений на основе общих научного исследования и опыта решения учебных и научных проблем, пользоваться языком математики, корректно выражать и аргументированно обосновывать имеющиеся знания (соотнесено с индикаторами УК-1.2, 1.3, 1.4, 1.6, 1.7); осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач; понимать универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость в различных областях человеческой деятельности, роль и место математики в системе наук (соотнесено с индикаторами УК-1.2, 1.3, 1.4, 1.6, 1.7); использовать математику как универсальный язык науки, средство моделирования явлений и процессов, пользоваться построением математических моделей для решения практических проблем (соотнесено с индикаторами УК-1.2, 1.3, 1.4, 1.6, 1.7); применять основные положения истории развития математики, эволюции математических идей и концепциями современной математической науки (соотнесено с индикаторами УК-1.2, 1.3, 1.4, 1.6, 1.7); реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов, применять специальные научные знания для решения практических задач в области обучения, развития и воспитания обучающихся (соотнесено с индикаторами ОПК-8.1, 8.2); осуществлять профессиональную деятельность с использованием возможностей цифровой образовательной среды образовательной организации и открытого информационно-образовательного пространства (соотнесено с индикатором ПКО-1.2).
Владеть:
навыки работы с различными типами уравнений в частных производных и задач математической физики (соотнесено с индикаторами УК-1.1, 1.2, 1.6); основными положениями, базовыми идеями и методами теории уравнений математической физики, системой основных математических структур и аксиоматическим методом; культурой математического мышления, логической и алгоритмической культурой, способностью понимать общую структуру математического знания, взаимосвязь между различными математическими дисциплинами, реализовывать основные методы математических рассуждений на основе общих научного исследования и опыта решения учебных и научных проблем, пользоваться языком математики, корректно выражать и аргументированно обосновывать имеющиеся знания, навыками теоретико-практической рефлексии, позволяющими соотносить профессиональные действия с научной базой (соотнесено с индикаторами ОПК-8.1, 8.2); способностью понимать универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость в различных областях человеческой деятельности, роль и место математики в системе наук, значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике, общекультурное значение математики (соотнесено с индикаторами ОПК-8.1, 8.2); математикой как универсальным языком науки, средством моделирования явлений и процессов, способен пользоваться построением математических моделей для решения практических проблем, понимать критерии качества математических исследований, принципы экспериментальной и эмпирической проверки научных теорий; основными положениями истории развития математики, эволюции математических идей и концепциями современной математической науки (соотнесено с индикаторами ОПК-8.1, 8.2); навыками работы с различными цифровыми образовательными средами образовательной организации и открытого информационно-образовательного пространства (соотнесено с индикаторами ПКО-1.1, 1.2, 1.3).

3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Раздел 1. Уравнения с частными производными

№	Наименование темы, краткое содержание	Вид занятия / работы / форма ПА	Семестр / Курс	Количество часов	Компетенции
1.1	Тема 1.1 Понятие ДУ с частными производными, отличие от обыкновенного ДУ, область рассмотрения ДУ. Тема 1.2 Основные признаки классификации, типы линейных уравнений II-го порядка с частными производными.	Лекционные занятия	9	2	УК-1 ОПК-8 ПКО-1 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7 ОПК-8.1 ОПК-8.2 ПКО-1.1 ПКО-1.2 ПКО-1.3
1.2	Интегрирование уравнений в частных производных первого порядка	Самостоятельная работа	9	4	УК-1 ОПК-8 ПКО-1 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4

					УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7 ОПК-8.1 ОПК-8.2 ПКО-1.1 ПКО-1.2 ПКО-1.3
Раздел 2. Общая задача приведения уравнений к каноническому виду					
№	**Наименование темы, краткое содержание**	**Вид занятия / работы / форма ПА**	**Семестр / Курс**	**Количество часов**	**Компетенции**
2.1	Тема 2.1 Характеристическое уравнение. Теорема о связи решений характеристического уравнения и исходного. Приведение к каноническому виду уравнений гиперболического типа.	Лекционные занятия	9	2	УК-1 ОПК-8 ПКО-1 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7 ОПК-8.1 ОПК-8.2 ПКО-1.1 ПКО-1.2 ПКО-1.3
2.2	Тема 2.2 Приведение к каноническому виду уравнений параболического типа. Тема 2.3 Приведение к каноническому виду уравнений эллиптического типа.	Лекционные занятия	9	1	УК-1 ОПК-8 ПКО-1 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7 ОПК-8.1 ОПК-8.2 ПКО-1.1 ПКО-1.2 ПКО-1.3
2.3	Тема 2.1 Приведение к каноническому виду уравнений гиперболического типа.	Практические занятия	9	2	УК-1 ОПК-8 ПКО-1 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7 ОПК-8.1 ОПК-8.2 ПКО-1.1 ПКО-1.2 ПКО-1.3
2.4	Тема 2.2 Приведение к каноническому виду уравнений параболического типа.	Практические занятия	9	2	УК-1 ОПК-8 ПКО-1 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7 ОПК-8.1 ОПК-8.2 ПКО-1.1 ПКО-1.2 ПКО-1.3
2.5	Тема 2.3 Приведение к каноническому виду уравнений эллиптического типа.	Практические занятия	9	2	УК-1 ОПК-8

					ПКО-1 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7 ОПК-8.1 ОПК-8.2 ПКО-1.1 ПКО-1.2 ПКО-1.3
2.6	Усвоение текущего материала. Подготовка к практическим занятиям. Выполнение индивидуального задания.	Самостоятельная работа	9	6	УК-1 ОПК-8 ПКО-1 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7 ОПК-8.1 ОПК-8.2 ПКО-1.1 ПКО-1.2 ПКО-1.3
Раздел 3. Формула Даламбера					
№	**Наименование темы, краткое содержание**	**Вид занятия / работы / форма ПА**	**Семестр / Курс**	**Количество часов**	**Компетенции**
3.1	Тема 3.1 Волновое уравнение. Свободные и вынужденные колебания струны. Различные случаи начальных и граничных условий. Тема 3.2 Свободные колебания бесконечной струны. Метод Даламбера. Исследование закона колебания бесконечной струны.	Лекционные занятия	9	2	УК-1 ОПК-8 ПКО-1 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7 ОПК-8.1 ОПК-8.2 ПКО-1.1 ПКО-1.2 ПКО-1.3
3.2	Тема 3.2 Свободные колебания бесконечной струны. Метод Даламбера.	Практические занятия	9	2	УК-1 ОПК-8 ПКО-1 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7 ОПК-8.1 ОПК-8.2 ПКО-1.1 ПКО-1.2 ПКО-1.3
3.3	Тема 3.2 Свободные колебания бесконечной струны. Метод Даламбера. Случай сложной функции.	Практические занятия	9	2	УК-1 ОПК-8 ПКО-1 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7 ОПК-8.1 ОПК-8.2

					ПКО-1.1 ПКО-1.2 ПКО-1.3
3.4	Свободные колебания бесконечной струны. Метод Даламбера.	Самостоятельная работа	9	4	УК-1 ОПК-8 ПКО-1 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7 ОПК-8.1 ОПК-8.2 ПКО-1.1 ПКО-1.2 ПКО-1.3
3.5	Усвоение текущего материала. Подготовка к практическим занятиям. Выполнение индивидуального задания.	Самостоятельная работа	9	4	УК-1 ОПК-8 ПКО-1 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7 ОПК-8.1 ОПК-8.2 ПКО-1.1 ПКО-1.2 ПКО-1.3
Раздел 4. Волновое уравнение					
№	**Наименование темы, краткое содержание**	**Вид занятия / работы / форма ПА**	**Семестр / Курс**	**Количество часов**	**Компетенции**
4.1	Тема 4.1 Свободные колебаний струны с закрепленными концами. Построение решений методом Фурье. Задача Штурма – Лиувилля. Собственные значения и собственные функции.	Лекционные занятия	9	1	УК-1 ОПК-8 ПКО-1 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7 ОПК-8.1 ОПК-8.2 ПКО-1.1 ПКО-1.2 ПКО-1.3
4.2	Тема 4.2 Теорема о единственности решения задачи о колебании струны. Доказательство единственности решения задачи о колебании струны.	Лекционные занятия	9	2	УК-1 ОПК-8 ПКО-1 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7 ОПК-8.1 ОПК-8.2 ПКО-1.1 ПКО-1.2 ПКО-1.3
4.3	Тема 4.3 Вынужденные колебания струны, закрепленной на концах. Построение решений методом Фурье. Решение задачи о колебании конечной струны в случае неоднородных граничных условий.	Лекционные занятия	9	2	УК-1 ОПК-8 ПКО-1 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4

					УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7 ОПК-8.1 ОПК-8.2 ПКО-1.1 ПКО-1.2 ПКО-1.3
4.4	Тема 4.1 Свободные колебаний струны с закрепленными концами.	Практические занятия	9	2	УК-1 ОПК-8 ПКО-1 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7 ОПК-8.1 ОПК-8.2 ПКО-1.1 ПКО-1.2 ПКО-1.3
4.5	Тема 4.3 Вынужденные колебания струны закрепленной на концах.	Практические занятия	9	2	УК-1 ОПК-8 ПКО-1 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7 ОПК-8.1 ОПК-8.2 ПКО-1.1 ПКО-1.2 ПКО-1.3
4.6	Тема 4.3 Колебание конечной струны в случае неоднородных граничных условий.	Практические занятия	9	2	УК-1 ОПК-8 ПКО-1 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7 ОПК-8.1 ОПК-8.2 ПКО-1.1 ПКО-1.2 ПКО-1.3
4.7	Решение задач колебания струны разных граничных условий. Уравнения колебаний на плоскости. Колебания плоской мембраны. Колебания прямоугольной и круглой мембраны.	Самостоятельная работа	9	4	УК-1 ОПК-8 ПКО-1 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7 ОПК-8.1 ОПК-8.2 ПКО-1.1 ПКО-1.2 ПКО-1.3
4.8	Усвоение текущего материала. Подготовка к практическим занятиям. Выполнение индивидуального задания.	Самостоятельная работа	9	8	УК-1 ОПК-8 ПКО-1 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6

					УК-1.7 ОПК-8.1 ОПК-8.2 ПКО-1.1 ПКО-1.2 ПКО-1.3
Раздел 5. Параболические уравнения					
№	**Наименование темы, краткое содержание**	**Вид занятия / работы / форма ПА**	**Семестр / Курс**	**Количество часов**	**Компетенции**
5.1	Тема 5.1 Решение уравнения теплопроводности для конечного стержня.	Лекционные занятия	9	2	УК-1 ОПК-8 ПКО-1 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7 ОПК-8.1 ОПК-8.2 ПКО-1.1 ПКО-1.2 ПКО-1.3
5.2	Тема 5.2 Принцип мини – макса. Теоремы единственности.	Лекционные занятия	9	2	УК-1 ОПК-8 ПКО-1 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7 ОПК-8.1 ОПК-8.2 ПКО-1.1 ПКО-1.2 ПКО-1.3
5.3	Тема 5.1 Уравнения теплопроводности для конечного стержня. Однородная задача теплопроводности.	Практические занятия	9	2	УК-1 ОПК-8 ПКО-1 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7 ОПК-8.1 ОПК-8.2 ПКО-1.1 ПКО-1.2 ПКО-1.3
5.4	Тема 5.1 Уравнения теплопроводности для конечного стержня. Неоднородная задача теплопроводности.	Практические занятия	9	2	УК-1 ОПК-8 ПКО-1 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7 ОПК-8.1 ОПК-8.2 ПКО-1.1 ПКО-1.2 ПКО-1.3
5.5	Тема 5.1 Уравнения теплопроводности для конечного стержня. Различные случаи граничных условий неоднородной задачи теплопроводности.	Практические занятия	9	2	УК-1 ОПК-8 ПКО-1 УК-1.1

					УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7 ОПК-8.1 ОПК-8.2 ПКО-1.1 ПКО-1.2 ПКО-1.3
5.6	Тема 5.1 Уравнения теплопроводности для конечного стержня. Различные случаи.	Практические занятия	9	2	УК-1 ОПК-8 ПКО-1 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7 ОПК-8.1 ОПК-8.2 ПКО-1.1 ПКО-1.2 ПКО-1.3
5.7	Решение уравнения теплопроводности для конечного стержня с боковым теплообменом.	Самостоятельная работа	9	4	УК-1 ОПК-8 ПКО-1 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7 ОПК-8.1 ОПК-8.2 ПКО-1.1 ПКО-1.2 ПКО-1.3
5.8	Усвоение текущего материала. Подготовка к практическим занятиям. Выполнение индивидуального задания.	Самостоятельная работа	9	8	УК-1 ОПК-8 ПКО-1 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7 ОПК-8.1 ОПК-8.2 ПКО-1.1 ПКО-1.2 ПКО-1.3
Раздел 6. Уравнения эллиптического типа					
№	**Наименование темы, краткое содержание**	**Вид занятия / работы / форма ПА**	**Семестр / Курс**	**Количество часов**	**Компетенции**
6.1	Тема 6.1 Решение уравнения Лапласа в прямоугольнике. Решение уравнения Пуассона в прямоугольнике. Тема 6.2 Задача Дирихле для уравнения Лапласа в круге. Интеграл Пуассона.	Лекционные занятия	9	2	УК-1 ОПК-8 ПКО-1 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7 ОПК-8.1 ОПК-8.2 ПКО-1.1 ПКО-1.2

					ПКО-1.3
6.2	Тема 6.1 Решение уравнения Лапласа и Пуассона в прямоугольнике.	Практические занятия	9	2	УК-1 ОПК-8 ПКО-1 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7 ОПК-8.1 ОПК-8.2 ПКО-1.1 ПКО-1.2 ПКО-1.3
6.3	Тема 6.2 Решение уравнение Лапласа в круге.	Практические занятия	9	2	УК-1 ОПК-8 ПКО-1 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7 ОПК-8.1 ОПК-8.2 ПКО-1.1 ПКО-1.2 ПКО-1.3
6.4	Решение задачи Дирихле в кольце, в круговом секторе, в кольцевом секторе и шаре.	Самостоятельная работа	9	2	УК-1 ОПК-8 ПКО-1 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7 ОПК-8.1 ОПК-8.2 ПКО-1.1 ПКО-1.2 ПКО-1.3
6.5	Решение уравнение Лапласа в круге. Переход от декартовой системы координат к полярной.	Самостоятельная работа	9	2	УК-1 ОПК-8 ПКО-1 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7 ОПК-8.1 ОПК-8.2 ПКО-1.1 ПКО-1.2 ПКО-1.3
6.6	Задача Дирихле для уравнения Лапласа в круге. Интеграл Пуассона.	Самостоятельная работа	9	2	УК-1 ОПК-8 ПКО-1 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7 ОПК-8.1 ОПК-8.2 ПКО-1.1 ПКО-1.2 ПКО-1.3
6.7	Усвоение текущего материала.	Самостоятельная	9	8	УК-1

	Подготовка к практическим занятиям. Выполнение индивидуального задания.	работа			ОПК-8 ПКО-1 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7 ОПК-8.1 ОПК-8.2 ПКО-1.1 ПКО-1.2 ПКО-1.3

Раздел 7. Полные и замкнутые системы функций

№	Наименование темы, краткое содержание	Вид занятия / работы / форма ПА	Семестр / Курс	Количество часов	Компетенции
7.1	Тема 7.1 Ортогональная система функций. Замкнутая система функций. Полная система функций.	Лекционные занятия	9	2	УК-1 ОПК-8 ПКО-1 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7 ОПК-8.1 ОПК-8.2 ПКО-1.1 ПКО-1.2 ПКО-1.3
7.2	Тема 7.1 Ортогональная система функций. Замкнутая система функций. Полная система функций.	Практические занятия	9	2	УК-1 ОПК-8 ПКО-1 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7 ОПК-8.1 ОПК-8.2 ПКО-1.1 ПКО-1.2 ПКО-1.3
7.3	Ортогональная система функций. Замкнутая система функций. Полная система функций.	Самостоятельная работа	9	2	УК-1 ОПК-8 ПКО-1 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7 ОПК-8.1 ОПК-8.2 ПКО-1.1 ПКО-1.2 ПКО-1.3

Раздел 8. Контроль

№	Наименование темы, краткое содержание	Вид занятия / работы / форма ПА	Семестр / Курс	Количество часов	Компетенции
8.1	Подготовка к промежуточной аттестации	Зачет	9	0	УК-1 ОПК-8 ПКО-1 УК-1.1 УК-1.2

					УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7 ОПК-8.1 ОПК-8.2 ПКО-1.1 ПКО-1.2 ПКО-1.3

4. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Структура и содержание фонда оценочных средств для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации представлены в Приложении 1 к рабочей программе дисциплины.

5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

5.1. Учебные, научные и методические издания

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Библиотека / Количество
1	Илюхин, Александр Алексеевич	Уравнения математической физики: учеб. пособие для студентов высш. учеб. заведений	Таганрог: Изд-во Таганрог. гос. пед. ин-та, 2010	20 экз.
2	Илюхин, Александр Алексеевич	Уравнения математической физики: учебное пособие	Ростов н/Д: ИПК РГЭУ (РИНХ), 2016	Доступ из локальной сети ТИ имени А.П. Чехова (филиала) РГЭУ (РИНХ)
3	Ильин А. М.	Уравнения математической физики: учебное пособие	Москва: Физматлит, 2009	http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=69318
4	Кудряшов С. Н., Радченко Т. Н.	Основные методы решения практических задач в курсе «Уравнения математической физики»: учебное пособие	Ростов-на-Дону: Южный федеральный университет, 2011	http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=241103

5.1. Учебные, научные и методические издания

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Библиотека / Количество
1	Треногин В. А., Недосекина И. С.	Уравнения в частных производных: учебное пособие	Москва: Физматлит, 2013	http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=275574
2	Ярославцева, В. Я.	Типовой расчет по теме «Уравнения математической физики» по направлению 010800	Липецк: Липецкий государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2012	http://www.iprbookshop.ru/17691.html
3	Блинова, И. В., Попов, И. Ю.	Простейшие уравнения математической физики: учебное пособие	Санкт-Петербург: Университет ИТМО, 2009	http://www.iprbookshop.ru/68056.html
4	Баданина, Л. А., Сванидзе, Н. В., Трескунов, А. Л., Якунина, Г. В.	Дополнительные главы математического анализа. Уравнения математической физики: учебное пособие	Санкт-Петербург: Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет, ЭБС АСВ, 2017	http://www.iprbookshop.ru/80746.html
5	Щербакова, Ю. В., Миханьков, М. А.	Уравнения математической физики: учебное пособие	Саратов: Научная книга, 2019	http://www.iprbookshop.ru/81065.html
6	Голубева, Н. Д., Смирнова, Л. Н.	Уравнения математической физики: учебно-методическое пособие	Самара: Самарский государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2020	http://www.iprbookshop.ru/105081.html

5.2. Профессиональные базы данных и информационные справочные системы

5.3. Перечень программного обеспечения

5.4. Учебно-методические материалы для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья

При необходимости по заявлению обучающегося с ограниченными возможностями здоровья учебно-методические материалы предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям здоровья и восприятия информации. Для лиц с нарушениями зрения: в форме аудиофайла; в печатной форме увеличенным шрифтом. Для лиц с нарушениями слуха: в форме электронного документа; в печатной форме. Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата: в форме электронного документа; в печатной форме.

6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Помещения для всех видов работ, предусмотренных учебным планом, укомплектованы необходимой специализированной учебной мебелью и техническими средствами обучения:
- столы, стулья;
- персональный компьютер / ноутбук (переносной);
- проектор;
- экран / интерактивная доска.

7. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Методические указания по освоению дисциплины представлены в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины.

Приложение 1

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

1 Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

1.1. Показатели и критерии оценивания компетенций:

ЗУН, составляющие компетенцию	Показатели оценивания	Критерии оценивания	Средства оценивания
УК-1: Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач			
Знать: основные положения, базовые идеи и методы теории уравнений математической физики, систему основных математических структур и аксиоматический метод; основы культуры математического мышления, логической и алгоритмической культуры, элементы общей структуры математического знания, взаимосвязь между различными математическими дисциплинами,основные методы математических рассуждений на основе общих научного исследования и опыта решения учебных и научных проблем, язык математики; универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость в различных областях человеческой деятельности, роль и место математики в системе наук, значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике, общекультурное значение математики; математику как универсальный язык науки, средство моделирования явлений и процессов, критерии качества математических исследований, принципы экспериментальной и эмпирической проверки научных теорий; основные положения истории развития математики, эволюции математических идей и концепции современной математической науки.	Раскрывает основные понятия и описывает методы решения уравнений в частных производных и задач, составленных с помощью уравнений, знает характеристики уравнений в частных производных, методы решения задач математической физики. Выполняет задания контрольных работ, содержащие основные типовые задания дисциплины.	Полный, развёрнутый ответ на поставленный вопрос; правильные применение полученных знаний на практике; грамотное и логически стройное изложение материала при ответе на вопрос; правильное определение основных понятий; исчерпывающие ответы на уточняющие и дополнительные вопросы. Количество (процент) правильно выполненных заданий в контрольных работах.	Опрос (коллоквиум) по темам дисциплины. Контрольная работа № 1. Контрольная работа № 2. Контрольная работа № 3. Индивидуальное домашнее задание по всем темам дисциплины.
Уметь: применять основные положения теории уравнений математической физики, базовые идеи и методы теории уравнений в частных произ-	Определяет вид и тип уравнений, находит общее и частное решения уравнений и типовых задач математической физики, в том числе	Полнота и правильность решения задач.	Контрольная работа № 1. Контрольная работа № 2. Контрольная рабо-

ЗУН, составляющие компетенцию	Показатели оценивания	Критерии оценивания	Средства оценивания
водных, систему основных математических структур и аксиоматический метод; пользоваться культурой математического мышления, логической и алгоритмической культурой, реализовывать основные методы математических рассуждений на основе общих научного исследования и опыта решения учебных и научных проблем, пользоваться языком математики, корректно выражать и аргументированно обосновывать имеющиеся знания; осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач; понимать универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость в различных областях человеческой деятельности, роль и место математики в системе наук; использовать математику как универсальный язык науки, средство моделирования явлений и процессов, пользоваться построением математических моделей для решения практических проблем; применять основные положения истории развития математики, эволюции математических идей и концепциями современной математической науки.	по словесному описанию задачи.		та № 3. Индивидуальное домашнее задание по всем темам дисциплины.
Владеть: навыками работы с различными типами уравнений в частных производных и задач математической физики	Находит решения различных основных уравнений и задач курса.	Правильность определения типа уравнения и задачи, метода их решения, а также правильность самого решения.	Контрольная работа № 1. Контрольная работа № 2. Контрольная работа № 3. Индивидуальное домашнее задание по всем темам дисциплины.
ОПК-8: Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний			
Знать: основы научных теорий и концепций в области возрастной, педагогической и социальной психологии, лежащих в основе педагогической деятельности	Демонстрирует опору на научные знания при анализе ситуаций, проектировании мероприятий и интерпретации результатов диагностики.	Полнота, точность и актуальность воспроизведения теоретических положений, нормативных требований и научных основ профессиональной деятельности в устных ответах, письменных от-	Опрос (коллоквиум) по темам дисциплины. Контрольная работа № 1. Контрольная работа № 2. Контрольная рабо-

ЗУН, составляющие компетенцию	Показатели оценивания	Критерии оценивания	Средства оценивания
		чётах и аналитических материалах.	та № 3. Индивидуальное домашнее задание по всем темам дисциплины.
Уметь: реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов, применять специальные научные знания для решения практических задач в области обучения, развития и воспитания обучающихся.	Обосновывает выбор методов, форм и средств работы ссылками на теоретические положения и эмпирические данные.	Обоснованность, соответствие целям и нормативным требованиям, а также эффективность применения профессиональных методов и процедур при решении практических задач в условиях реальной образовательной или социально-психологической среды.	Контрольная работа № 1. Контрольная работа № 2. Контрольная работа № 3. Индивидуальное домашнее задание по всем темам дисциплины.
Владеть: основными положениями, базовыми идеями и методами теории уравнений математической физики, системой основных математических структур и аксиоматическим методом; культурой математического мышления, логической и алгоритмической культурой, способностью понимать общую структуру математического знания, взаимосвязь между различными математическими дисциплинами, реализовывать основные методы математических рассуждений на основе общих научного исследования и опыта решения учебных и научных проблем, пользоваться языком математики, корректно выражать и аргументированно обосновывать имеющиеся знания, навыками теоретико-практической рефлексии, позволяющими соотносить профессиональные действия с научной базой; способностью понимать универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость в различных областях человеческой деятельности, роль и место математики в системе наук, значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике, общекультурное значение математики; математикой как универсальным языком науки, средством моделирования явлений и про-	Последовательно связывает практику с теорией в дневниках, отчётах и аналитических записках.	Автоматизированность, гибкость и рефлексивность выполнения профессиональных действий, свидетельствующие о сформированности устойчивых навыков и способности адаптировать их к изменяющимся условиям образовательной практики.	Контрольная работа № 1. Контрольная работа № 2. Контрольная работа № 3. Индивидуальное домашнее задание по всем темам дисциплины.

ЗУН, составляющие компетенцию	Показатели оценивания	Критерии оценивания	Средства оценивания
цессов, способен пользоваться построением математических моделей для решения практических проблем, понимать критерии качества математических исследований, принципы экспериментальной и эмпирической проверки научных теорий; основными положениями истории развития математики, эволюции математических идей и концепциями современной математической науки.			
ПКО-1: Способен осуществлять профессиональную деятельность с использованием возможностей цифровой образовательной среды образовательной организации и открытого информационно-образовательного пространства			
Знать: основы профессиональной деятельности с использованием возможностей цифровой образовательной среды образовательной организации и открытого информационно-образовательного пространства.	Демонстрирует опору на знания современных образовательных сред при организации образовательного процесса.	Полнота, точность и актуальность воспроизведения теоретических положений, нормативных требований и научных основ профессиональной деятельности в устных ответах, письменных отчётах и аналитических материалах.	Опрос (коллоквиум) по темам дисциплины. Контрольная работа № 1. Контрольная работа № 2. Контрольная работа № 3. Индивидуальное домашнее задание по всем темам дисциплины.
Уметь: осуществлять профессиональную деятельность с использованием возможностей цифровой образовательной среды образовательной организации и открытого информационно-образовательного пространства.	Определяет возможности использования цифровой образовательной среды образовательной организации и открытого информационно-образовательного пространства в процессе обучения.	Полнота и правильность решения задач.	Контрольная работа № 1. Контрольная работа № 2. Контрольная работа № 3. Индивидуальное домашнее задание по всем темам дисциплины.
Владеть: навыками работы с различными цифровыми образовательными средами образовательной организации и открытого информационно-образовательного пространства.	Находит решения различных образовательных задач.	Правильность определения типа уравнения и задачи, метода их решения, а также правильность самого решения.	Контрольная работа № 1. Контрольная работа № 2. Контрольная работа № 3. Индивидуальное домашнее задание по всем темам дисциплины.

2.2 Шкалы оценивания:

Промежуточная аттестация осуществляется в 100-балльной шкале:

– 51-100 баллов (зачтено)

– 0-50 баллов (не зачтено)

2 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Вопросы к зачету

1. Классификация уравнений с частными производными.
2. Приведение к каноническому виду уравнений гиперболического типа.
3. Приведение к каноническому виду уравнений эллиптического типа.
4. Приведение к каноническому виду уравнений параболического типа.
5. Свободные колебания бесконечной струны (метод Даламбера).
6. Свободные колебания конечной струны закрепленной на концах. Метод Фурье.
7. Вынужденные колебания конечной струны закрепленной на концах.
8. Теорема о единственности решения задачи о колебании струны конечной длины.
9. Решение задачи о колебания конечной струны в случае неоднородных граничных условий.
10. Решение уравнения теплопроводности для конечного стержня.
11. Принцип мини – макса.
12. Решение уравнения Лапласа в прямоугольнике.
13. Решение уравнения Пуассона в прямоугольнике.
14. Решение задачи Дирихле для круга.
15. Интеграл Пуассона.
16. Полные и замкнутые системы функций.

Зачетное задание (билет) включает 2 теоретических вопроса (формируются из представленных вопросов к зачету) и 2 практических задания (формируются из перечня заданий, представленных в разделе «Практико-ориентированные задания»).

Максимальное количество баллов за зачетное задание – 100 (50 баллов максимально за теоретические вопросы, 50 баллов максимально за решение практических заданий).

Критерии оценивания:

Критерии оценивания теоретического вопроса	Баллы
Изложенный материал фактически верен, наличие глубоких исчерпывающих знаний; правильные, уверенные действия по применению полученных знаний на практике, грамотное и логически стройное изложение материала при ответе	21-25
Наличие твердых и достаточно полных знаний, правильные действия по применению знаний на практике, четкое изложение материала, допускаются отдельные логические и стилистические погрешности, неуверенность и неточность ответов на дополнительные и наводящие вопросы	17-20
Неполный ответ на вопросы; затрудняется ответить на дополнительные вопросы	1-16
Ответ не связан с вопросами, наличие грубых ошибок в ответе, непонимание сущности излагаемого вопроса, неумение применять знания на практике, неуверенность и неточность ответов на дополнительные и наводящие вопросы	0
Максимальный балл за ответ на теоретический вопрос	25

Критерии оценивания практико-ориентированного задания	Баллы
Практико-ориентированные задания выполнены в полном объеме, в представленном решении обоснованно получены правильные ответы, проведен анализ, дана грамотная интерпретация полученных результатов, сделаны выводы; допускаются вычислительные ошибки на финальном этапе решения	40-50
Практико-ориентированные задания выполнены в полном объеме, но при анализе и интерпретации полученных результатов допущены незначительные ошибки, выводы – достаточно обоснованы, но неполны	29-39
Практико-ориентированные задания выполнены не в полном объеме, при анализе и интерпретации полученных результатов допущены ошибки, выводы – неполные или отсутствуют	1-28
Практико-ориентированные задания выполнены полностью неверно или отсутствует решение	0
Максимальный балл за решение двух практических заданий	50

Итоговая оценка формируется из суммы набранных баллов за выполнение зачетного задания (2 теоретических вопросов и 2 практических заданий) и соответствует шкале:

- 0-50 баллов (не зачтено)
- 51-100 баллов (зачтено)

Практико-ориентированные задания

Вопросы к опросу (коллоквиуму)

1. Классификация уравнений с частными производными:
   - определение уравнения в частных производных, привести примеры,
   - определение решения уравнения в частных производных,
   - классификация уравнений в частных производных по разным признакам, привести примеры на каждый вид.
2. Основная теорема теории уравнений в частных производных. Характеристическое уравнение уравнения в частных производных.
3. Приведение к каноническому виду уравнений гиперболического типа (с постоянными и переменными коэффициентами).
4. Приведение к каноническому виду уравнений эллиптического типа (с постоянными и переменными коэффициентами).
5. Приведение к каноническому виду уравнений параболического типа (с постоянными и переменными коэффициентами).
6. Свободные колебания бесконечной струны (метод Даламбера):
   - вывод формулы Даламбера,
   - характеристика начальных условий уравнения колебания бесконечной струны.
7. Свободные колебания конечной струны закрепленной на концах:
   - характеристика (описание) поставленной задачи,
   - характеристика начальных и граничных условий,
   - метод Фурье (описание).
8. Вынужденные колебания конечной струны закрепленной на концах:
   - характеристика (описание) поставленной задачи,
   - характеристика начальных и граничных условий,

– метод Фурье (описание).
9. Теорема о единственности решения задачи о колебании струны конечной длины.
10. Решение задачи о колебания конечной струны в случае неоднородных граничных условий:
  – характеристика (описание) поставленной задачи,
  – характеристика начальных и граничных условий,
  – метод Фурье (описание).
11. Решение уравнения теплопроводности для конечного стержня:
  – характеристика (описание) поставленной задачи,
  – характеристика начальных и граничных условий,
  – метод Фурье (описание).
12. Принцип мини – макса.
13. Решение уравнения Лапласа в прямоугольнике.
14. Решение уравнения Пуассона в прямоугольнике.
15. Решение задачи Дирихле для круга.
16. Интеграл Пуассона.

Критерии оценивания. Максимальное количество баллов по всем темам – 16:

Критерии оценивания выполнения ответа на отдельный вопрос	Баллы
Обучающийся ответил правильно	1
Обучающийся не ответил правильно	0
Максимальный балл за ответ на один вопрос	1

Количество баллов по опросу по темам курса распределяется следующим образом.

Темы «Уравнения с частными производными» и «Общая задача приведения уравнений к каноническому виду» (по вопросам 1 - 5):
– 0-3 баллов (не зачтено),
– 4-5 баллов (зачтено).

Тема «Волновое уравнение» (по вопросам 6 – 10, 12):
– 0-4 баллов (не зачтено),
– 5-6 баллов (зачтено).

Тема «Параболические уравнения» (по вопросам 11, 13 - 16):
– 0-3 баллов (не зачтено),
– 4-5 баллов (зачтено).

Контрольная работа № 1

Вариант 0 (типовой)

1. Привести к каноническому виду:
   $24u_{xx}+10u_{xy}+u_{yy}+8u_x+2u_y=0$
2. Привести к каноническому виду:
   $u_{xx}-2\sin x u_{xy}-\cos^2 x u_{yy}-\cos x u_y=0$
3. Привести к каноническому виду:
   $e^{2x}u_{xx}+2e^{x+y}u_{xy}+e^{2y}u_{yy}-xu=0$
4. Найти общее решение уравнения:
   $12u_{xx}+8u_{xy}-7u_{yy}+60u_x+70u_y=0$

5. Найти общее решение уравнения:

$$y^2u_{xx} + 2xyu_{xy} + x^2 u_{yy} = 0$$

Критерии оценивания контрольной работы № 1.
Максимальное количество баллов за отдельный вариант контрольной работы № 1 (5 заданий) – 10.

Для каждого задания:

Критерий оценивания	Баллы
Задание выполнено в полном объеме, допускаются вычислительные ошибки на финальном этапе решения	2
Задание выполнено с ошибочными промежуточными выводами и расчетами (неправильно определен тип уравнения и/или применен несоответствующий алгоритм; вычислительные промежуточные ошибки, приводящие к неправильным выводам)	1
Задание выполнено полностью неверно или отсутствует решение	0
Максимальный балл за одно задание	2

Контрольная работа № 2

Вариант 0 (типовой)

1. Найти решение задачи:

$$\frac{\partial^2 \mathrm{u}}{\partial t^2} = 4\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\ \left(-\infty < x < +\infty,\ t > 0\right),$$

$$u\big|_{t=0} = x^2, \quad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0} = \frac{3}{1+x^2}$$

2. Найти решение задачи:

$$\frac{\partial^2 \mathrm{u}}{\partial t^2} = 9\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\ \left(0 < x < 16,\ t > 0\right),$$

$$u\big|_{x=0} = 0, \quad \left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_{x=16} = 0,\ \left(t > 0\right),$$

$$u\big|_{t=0} = \sin\frac{5\pi x}{32}, \quad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0} = 3\sin\frac{\pi x}{32},\ \left(0 \le x \le 16\right).$$

3. Найти решение задачи:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \sin 3x \quad , \qquad 0 < x < \pi,\ t > 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}(0,t) = 0, \quad u(\pi,t) = 5.$$

$$u(x,0) = 5 - \frac{x}{3}, \quad \frac{\partial u}{\partial t}(x,0) = 0.$$

Критерии оценивания контрольной работы № 2.
Максимальное количество баллов за отдельный вариант контрольной работы № 2 (3 задания) – 9.

Для заданий:

Критерий оценивания	Баллы за задание		
	1	2	3
Задание выполнено в полном объеме, допускаются вычислительные ошибки на финальном этапе решения	2	3	3-4
Задание выполнено с ошибочными промежуточными выводами и расчетами (неправильно определен тип задачи и/или применен несоответствующий алгоритм; вычислительные промежуточные ошибки, приводящие к неправильным выводам)	1	1-2	1-2
Задание выполнено полностью неверно или отсутствует решение	0	0	0
Максимальный балл за одно задание	2	3	4

Контрольная работа № 3

Вариант 0 (типовой)

1. Найти решение задачи:
$$\frac{\partial u}{\partial t} = 9\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \qquad 0 < x < \pi, \; t > 0$$
$$\frac{\partial u}{\partial x}(0,t) = 0, \quad u(\pi,t) = 0.$$
$$u(x,0) = 0.$$
2. Найти решение задачи:
$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \sin 3x, \qquad 0 < x < \pi, \; t > 0$$
$$\frac{\partial u}{\partial x}(0,t) = 0, \quad u(\pi,t) = 0.$$
$$u(x,0) = 0.$$
3. Найти решение задачи:
$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + e^{-2t}\cos\frac{x}{2} \quad \left(0 < x < \pi,\ t > 0\right),$$
$$u\big|_{x=0} = 10, \quad u\big|_{x=\pi} = 15, \ \left(t > 0\right),$$
$$u\big|_{t=0} = 0 \ \left(0 \le x \le \pi\right).$$
4. Решить задачу об остывании однородного стержня, если начальная температура линейно изменяется от T_1 при $x = 0$ до T_2 при $x = l$, предполагая на его поверхности теплообмен с окружающей средой температуры T_0, при следующих граничных условиях $x = 0$: поддерживается постоянная температура T_1, $x = l$: поддерживается постоянная температура T_2.
5. Найти решение $u(x; y)$ уравнения Пуассона $\Delta u = 4xy\left(x^2 + y^2\right)$ в кольце $1 < x^2 + y^2 < 4$, удовлетворяющее краевым условиям:
$$u\,|_{x^2+y^2=1} = 2x, \quad u\,|_{x^2+y^2=4} = 2xy.$$

Критерии оценивания контрольной работы № 3.
Максимальное количество баллов за отдельный вариант контрольной работы № 3 (5 заданий) – 15.

Для заданий:

Критерий оценивания	Баллы за задание		
	1	2, 3, 4	5
Задание выполнено в полном объеме, допускаются вычислительные ошибки на финальном этапе решения	2	3	3-4
Задание выполнено с ошибочными промежуточными выводами и расчетами (неправильно определен тип задачи и/или применен несоответствующий алгоритм; вычислительные промежуточные ошибки, приводящие к неправильным выводам)	1	1-2	1-2
Задание выполнено полностью неверно или отсутствует решение	0	0	0
Максимальный балл за одно задание	2	3	4

Индивидуальное домашнее задание (индивидуальная работа)

Вариант 1.

1. Привести к каноническому виду:
   а. $2e^{-2x}u_{xx} - 2e^{-x}u_{xy} + u_{yy} - 2e^{-2x}u_x = 0$,
   б. $xu_{xx} + 4xu_{xy} + (4x - x^3)u_{yy} - u_x - 2u_y = 0$.
2. Найти общее решение: $2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 5\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + 3\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + 6\frac{\partial u}{\partial x} - 9\frac{\partial u}{\partial y} = 0$.
3. Решить краевую задачу:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + e^{-t}\cos x \qquad (0 < x < \pi,\ t > 0)$$

$$\left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_{x=0} = 0, \qquad \left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_{x=\pi} = 0,$$

$$u|_{t=0} = 3, \qquad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0} = 0.$$

4. Решить задачу об остывании однородного стержня, если начальная температура постоянна и равна T_0, предполагая на его поверхности теплообмен с окружающей средой температуры T_0, при следующих граничных условиях $x = 0$: поддерживается постоянная температура T_1, $x = l$: конец теплоизолирован.
5. Найти гармоническую функцию в круговом секторе $0 < r < 2$, $0 < \varphi < \frac{\pi}{3}$, удовлетворяющую краевым условиям:

$$u|_{\varphi=0} = u|_{\varphi=\frac{\pi}{3}} = 0,$$
$$u|_{r=2} = 4\sin 9\varphi - \sin 3\varphi.$$

Вариант 2.

1. Привести к каноническому виду:
   а. $x^2u_{xx} - 2xyu_{xy} + y^2u_{yy} + (2y - x)u_y = 0$,
   б. $u_{xx} - 2\sin x u_{xy} - \cos^2 x u_{yy} - \cos x u_y = 0$.

2. Найти общее решение: $3\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-10\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}+8\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}-10\frac{\partial u}{\partial x}+20\frac{\partial u}{\partial y}=0\cdot$

3. Решить краевую задачу:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+e^{-2t}\sin 2x \qquad (0<x<\pi,\ t>0)$$

$$u|_{x=0}=0, \qquad u|_{x=\pi}=0,$$

$$u|_{t=0}=\sin x, \quad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0}=0.$$

4. Решить задачу об остывании однородного стержня, если начальная температура постоянна и равна T_0, предполагая отсутствие теплообмена на боковой поверхности, при следующих граничных условиях $x = 0$: конец теплоизолирован, $x = l$: поддерживается постоянная температура T_2.

5. Найти решение $u(r;\varphi)$ уравнения Пуассона $\Delta u = 2r^2\sin 2\varphi$ в кольце $1 < r < 3$, удовлетворяющее краевым условиям: $u|_{r=1}=4\sin 3\varphi, \quad u|_{r=3}=2\cos\varphi.$

Вариант 3.

1. Привести к каноническому виду:
   а. $(4y^2+1)u_{xx}+4yu_{xy}+u_{yy}+2u_x=0,$
   б. $(4xy^2-x)u_{xx}+8yx^2u_{xy}+4x^3u_{yy}+(4x^2+1-4y^2)u_x=0.$

2. Найти общее решение: $6\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}-5\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}-66\frac{\partial u}{\partial x}+55\frac{\partial u}{\partial y}=0\cdot$

3. Решить краевую задачу:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+e^{-t}\cos x \qquad (0<x<\pi,\ t>0)$$

$$u|_{x=0}=0, \qquad \left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_{x=\pi}=0,$$

$$u|_{t=0}=0, \quad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0}=\sin\frac{x}{2}.$$

4. Решить задачу об остывании однородного стержня, если начальная температура линейно изменяется от T_1 при $=0$ до T_2 при $x=l$, предполагая отсутствие теплообмена на боковой поверхности, при следующих граничных условиях $x = 0$: конец теплоизолирован, $x = l$: конец теплоизолирован.

5. Найти гармоническую функцию в круговом секторе $0 < r < 1$, $0<\varphi<\frac{\pi}{6}$, удовлетворяющую краевым условиям:

$$u|_{\varphi=0}=u|_{\varphi=\frac{\pi}{6}}=0,$$

$$u|_{r=1}=2\sin 6\varphi-3\sin 12\varphi.$$

Вариант 4.

1. Привести к каноническому виду:
   а. $x^2u_{xx}+2xu_{xy}+(x^2+1)u_{yy}-u_y=0$,
   б. $(1-e^{2x-2y})u_{xx}+2u_{xy}+u_{yy}+e^{2x-2y}u_x=0$.
2. Найти общее решение: $\dfrac{\partial^2u}{\partial x^2}+6\dfrac{\partial^2u}{\partial x\partial y}+5\dfrac{\partial^2u}{\partial y^2}-4\dfrac{\partial u}{\partial x}-20\dfrac{\partial u}{\partial y}=0$.
3. Решить краевую задачу:
   $$\frac{\partial^2u}{\partial t^2}=\frac{\partial^2u}{\partial x^2}+e^{-2t}\cos\frac{x}{2}\qquad (0<x<\pi,\ t>0)$$
   $$\left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_{x=0}=0,\qquad u|_{x=\pi}=0,$$
   $$u|_{t=0}=\cos\frac{3x}{2},\quad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0}=0.$$
4. Решить задачу о нагревании однородного металлического стержня постоянным электрическим током, если начальная температура линейно изменяется от T_1 при $=0$ до T_2 при $x=l$, предполагая на его поверхности теплообмен с окружающей средой температуры T_0, при следующих граничных условиях $x=0$: поддерживается постоянная температура T_1, $x=l$: поддерживается постоянная температура T_2.
5. Найти решение $u(r;\varphi)$ уравнения Пуассона $\Delta u=2r^2-2\cos 2\varphi$ в кольце $2<r<3$, удовлетворяющее краевым условиям: $u|_{r=2}=\cos\varphi,\quad u|_{r=3}=2\sin\varphi.$

Вариант 5.

1. Привести к каноническому виду:
   а. $u_{xx}-4xyu_{xy}+4x^2y^2u_{yy}+(4x^2-3y)u_y=0$,
   б. $\cos^3 yu_{xx}-2\cos x\cos^2 yu_{xy}-\cos y\sin^2 xu_{yy}+(\sin x\cos^2 y+\sin y\cos^2 x-\sin y)u_y=0$
2. Найти общее решение: $3\dfrac{\partial^2u}{\partial x^2}+20\dfrac{\partial^2u}{\partial x\partial y}+25\dfrac{\partial^2u}{\partial y^2}-10\dfrac{\partial u}{\partial x}-50\dfrac{\partial u}{\partial y}=0$.
3. Решить краевую задачу:
   $$\frac{\partial^2u}{\partial t^2}=\frac{\partial^2u}{\partial x^2}+e^{-t}\sin x\qquad (0<x<\pi,\ t>0)$$
   $$u|_{x=0}=0,\qquad u|_{x=\pi}=0,$$
   $$u|_{t=0}=\sin 3x,\quad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0}=\sin 2x.$$
4. Решить задачу о нагревании однородного металлического стержня постоянным электрическим током, если начальная температура постоянна и равна T_0, предполагая отсутствие теплообмена на боковой поверхности, при следующих граничных условиях $x=0$: происходит теплообмен с окружающей средой температуры T_0, $x=l$: происходит теплообмен с окружающей средой температуры T_0.

5. Найти решение $u(r;\varphi)$ уравнения Пуассона $\Delta u = r - 2\sin\varphi$ в кольце $1 < r < 2$, удовлетворяющее краевым условиям: $u|_{r=1} = \sin 2\varphi, \quad u|_{r=2} = \cos 3\varphi.$

Вариант 6.

1. Привести к каноническому виду:

а. $x^2u_{xx} - 2x^2u_{xy} - (2xy + y^2)u_{yy} + xu_x - (2x + y)u_y = 0$,

б. $4x^2y^3u_{xx} + 4xy^2u_{xy} + yu_{yy} - (1 + 2y^2 + 2x^2y^2)u_y = 0$.

2. Найти общее решение: $5\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 13\dfrac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + 8\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} + 15\dfrac{\partial u}{\partial x} + 24\dfrac{\partial u}{\partial y} = 0$.

3. Решить краевую задачу:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - t\cos\frac{5x}{2} \qquad (0 < x < \pi,\ t > 0)$$

$$\left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_{x=0} = 0, \qquad u|_{x=\pi} = 0,$$

$$u|_{t=0} = -4\cos\frac{3x}{2}, \quad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0} = \cos\frac{x}{2}.$$

4. Решить задачу об остывании однородного стержня, если начальная температура постоянна и равна T_0, предполагая отсутствие теплообмена на боковой поверхности, при следующих граничных условиях $x = 0$: поддерживается постоянная температура T_1, $x = l$: поддерживается постоянная температура T_2.

5. Найти решение $u(x;y)$ уравнения Пуассона $\Delta u = 2x^2$ в кольце $1 < x^2 + y^2 < 9$, удовлетворяющее краевым условиям: $u|_{x^2+y^2=1} = y^2, \quad u|_{x^2+y^2=9} = x^2.$

Вариант 7.

6. Привести к каноническому виду:

а. $u_{xx} - 2e^x u_{xy} + (e^{2x} - 1)u_{yy} - e^x u_y = 0$,

б. $u_{xx} - 4xyu_{xy} + 4x^2y^2u_{yy} + (4x^2y - 3y)u_y = 0$.

7. Найти общее решение: $21\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 29\dfrac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + 10\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} - 9\dfrac{\partial u}{\partial x} + 6\dfrac{\partial u}{\partial y} = 0$.

8. Решить краевую задачу:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 4\cos\frac{3x}{2} \qquad (0 < x < \pi,\ t > 0)$$

$$\left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_{x=0} = 0, \qquad u|_{x=\pi} = 0,$$

$$u|_{t=0} = 8\cos\frac{3x}{2}, \quad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0} = -8\cos\frac{5x}{2}.$$

9. Решить задачу об остывании однородного стержня, если начальная температура линейно изменяется от T_1 при $= 0$ до T_2 при $x = l$, предполагая на его поверхности теплообмен с окружающей средой температуры T_0, при следующих гра-

ничных условиях $x = 0$: поддерживается постоянная температура T_1, $x = l$: конец теплоизолирован.

10. Найти решение $u(x;y)$ уравнения Пуассона $\Delta u = 4xy\left(x^2 + y^2\right)$ в кольце $1 < x^2 + y^2 < 4$, удовлетворяющее краевым условиям:

$$u|_{x^2+y^2=1} = 2x, \quad u|_{x^2+y^2=4} = 2xy.$$

Вариант 8.

1. Привести к каноническому виду:
   а. $u_{xx} + 2\sin x u_{xy} - \cos^2 x u_{yy} + 2u_x + (\cos x + 2 + 2\sin x)u_y = 0$,
   б. $y^3 u_{xx} + 2xy^2 u_{xy} + 2x^2 y u_{yy} - \left(x^2 + \frac{3}{2}y^2\right)u_y = 0$.
2. Найти общее решение: $9\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 8\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + 60\frac{\partial u}{\partial x} - 60\frac{\partial u}{\partial y} = 0$.
3. Решить краевую задачу:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2t\cos\frac{3x}{2} \qquad (0 < x < \pi,\ t > 0)$$

$$\left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_{x=0} = 0, \qquad u|_{x=\pi} = 0,$$

$$u|_{t=0} = \cos\frac{x}{2}, \quad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0} = -\cos\frac{x}{2}.$$

4. Решить задачу о нагревании однородного металлического стержня постоянным электрическим током, если начальная температура постоянна и равна T_0, предполагая отсутствие теплообмена на боковой поверхности, при следующих граничных условиях $x = 0$: происходит теплообмен с окружающей средой температуры T_0, $x = l$: конец теплоизолирован.
5. Найти решение $u(x;y)$ уравнения Пуассона $\Delta u = 2x\left(x^2 + y^2\right)$ в кольце $4 < x^2 + y^2 < 9$, удовлетворяющее краевым условиям:

$$u|_{x^2+y^2=4} = y, \quad u|_{x^2+y^2=9} = x.$$

Вариант 9.

1. Привести к каноническому виду:
   а. $x^2 u_{xx} + 2yx u_{xy} + y^2\left(4x^2 + 1\right)u_{yy} - u_x + y\left(4x^2 + x - 1\right)u_y = 0$,
   б. $x^2 u_{xx} + 2xy u_{xy} + y^2 u_{yy} - x^3 u_y = 0$.
2. Найти общее решение: $3\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 17\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} - 56\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - 31\frac{\partial u}{\partial x} + 248\frac{\partial u}{\partial y} = 0$.
3. Решить краевую задачу:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 3\sin t\cos\frac{5x}{2} \qquad (0 < x < \pi,\ t > 0)$$

$$\left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_{x=0}=0, \qquad u|_{x=\pi}=0,$$

$$u|_{t=0}=-\cos\frac{x}{2}, \quad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0}=4\cos\frac{x}{2}.$$

4. Решить задачу об остывании однородного стержня, если начальная температура линейно изменяется от T_1 при $=0$ до T_2 при $x=l$, предполагая отсутствие теплообмена на боковой поверхности, при следующих граничных условиях x = 0: происходит теплообмен с окружающей средой температуры T_0, x = l: происходит теплообмен с окружающей средой температуры T_0.
5. Найти решение уравнения Пуассона $\Delta u = 4r^2 \sin 2\varphi$ в кольцевом секторе $\left\{(r;\varphi);\ 1<r<3,\ 0<\varphi<\frac{\pi}{4}\right\}$, удовлетворяющее условиям:

$$u|_{\varphi=0}=0, \qquad \left.\frac{\partial u}{\partial \varphi}\right|_{\varphi=\frac{\pi}{4}}=0,$$

$$u|_{r=1}=5\sin 6\varphi, \quad u|_{r=3}=8\sin 10\varphi.$$

Вариант 10.

1. Привести к каноническому виду:
   а. $u_{xx}-2yu_{xy}-3y^2u_{yy}-4u_x-15yu_y=0$,
   б. $\sin y\left(1+\sin^2 y\right)u_{xx}-2\sin yu_{xy}+\sin yu_{yy}+\cos yu_x-\cos yu_y=0$.
2. Найти общее решение: $35\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-99\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}+70\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+7\frac{\partial u}{\partial x}-10\frac{\partial u}{\partial y}=0$.
3. Решить краевую задачу:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+8t^3\cos\frac{3x}{2} \qquad (0<x<\pi,\ t>0)$$

$$\left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_{x=0}=0, \qquad u|_{x=\pi}=0,$$

$$u|_{t=0}=4\cos\frac{x}{2}, \quad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0}=-5\cos\frac{5x}{2}.$$

4. Решить задачу о нагревании однородного металлического стержня постоянным электрическим током, если начальная температура линейно изменяется от T_1 при $=0$ до T_2 при $x=l$, предполагая отсутствие теплообмена на боковой поверхности, при следующих граничных условиях x = 0: конец теплоизолирован, x = l: конец теплоизолирован.
5. Найти решение уравнения Пуассона $\Delta u = 2r^4\cos\varphi$ в круговом секторе $\left\{(r;\varphi);\ 0<r<2,\ 0<\varphi<\frac{\pi}{2}\right\}$, удовлетворяющее условиям:

$$\left.\frac{\partial u}{\partial \varphi}\right|_{\varphi=0}=0, \qquad u\big|_{\varphi=\frac{\pi}{2}}=0,$$

$$u\,|_{r=2}=3\cos 3\varphi-\cos 5\varphi.$$

Вариант 11.

1. Привести к каноническому виду:

   а. $4x^2y^3u_{xx}+4xy^2u_{xy}+yu_{yy}-\left(1+2y^2+2x^2y^2\right)u_y=0$,

   б. $xu_{xx}-2x^2u_{xy}+2x^3u_{yy}-u_x=0$.

2. Найти общее решение: $30\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}-53\dfrac{\partial^2 u}{\partial x\,\partial y}+8\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}+258\dfrac{\partial u}{\partial x}-43\dfrac{\partial u}{\partial y}=0\cdot$

3. Решить краевую задачу:

   $$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+e^{-t}\sin x \qquad (0<x<\pi,\ t>0)$$

   $$u\big|_{x=0}=0, \qquad u\,|_{x=\pi}=0,$$

   $$u\,|_{t=0}=\sin 3x, \quad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0}=\sin 2x.$$

4. Решить задачу об остывании однородного стержня, если начальная температура линейно изменяется от T_1 при $x = 0$ до T_2 при $x = l$, предполагая на его поверхности теплообмен с окружающей средой температуры T_0, при следующих граничных условиях $x = 0$: поддерживается постоянная температура T_1, $x = l$: поддерживается постоянная температура T_2.

5. Найти решение $u\,(r,\varphi)$ уравнения Пуассона $\Delta u=2r^2-2\cos 2\varphi$ в кольце $2<r<3$, удовлетворяющее краевым условиям: $u\,|_{r=2}=\cos\varphi$, $u\,|_{r=3}=2\sin\varphi$

Вариант 12.

1. Привести к каноническому виду:

   а. $u_{xx}+4xyu_{xy}+\left(4x^2y^2-y^2\right)u_{yy}+4\left(yx^2-3y\right)u_y=0$,

   б. $x^2u_{xx}+2xyu_{xy}+y^2u_{yy}+y^2xu_x=0$.

2. Найти общее решение: $27\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}-24\dfrac{\partial^2 u}{\partial x\,\partial y}+5\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}-27\dfrac{\partial u}{\partial x}+15\dfrac{\partial u}{\partial y}=0\cdot$

3. Решить краевую задачу:

   $$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+e^{-t}\sin x \qquad (0<x<\pi,\ t>0)$$

   $$u\big|_{x=0}=0, \qquad u\,|_{x=\pi}=0,$$

   $$u\,|_{t=0}=\sin 3x, \quad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0}=\sin 2x.$$

4. Решить задачу об остывании однородного стержня теплоизолированной боковой поверхности, если его начальная температура $u(x,0) = \varphi\,(x)$ один конец теплоизолирован, а другой поддерживается при постоянной температуре u_0.

5. Найти решение *u* (*x*, *y*) уравнения Пуассона $\Delta u = 2x^2$ в кольце $1 < x^2 + y^2 < 9$, удовлетворяющее краевым условиям: $u|_{x^2+y^2=1} = y^2$, $u|_{x^2+y^2=9} = x^2$

Вариант 13.

1. Привести к каноническому виду:
   а. $(1-y^2)\sin x\,u_{xx} + 2y\sin^2 x\,u_{xy} + y^2\sin^3 x\,u_{yy} + [(y^2-1)\cos x - \sin^2 x]u_x = 0$,
   б. $e^{2x}u_{xx} + 2e^{x+y}u_{xy} + e^{2y}u_{yy} = 0$.
2. Найти общее решение: $3\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \dfrac{\partial^2 u}{\partial x\,\partial y} + 3\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \dfrac{\partial u}{\partial y} = 0$.
3. Решить краевую задачу:
   $$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 11e^{-2t}\cos 3x \quad (0 < x < \pi,\ t > 0)$$
   $$\left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_{x=0} = 0, \qquad \frac{\partial u}{\partial x}\Big|_{x=\pi} = 0,$$
   $$u|_{t=0} = 3, \qquad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0} = 3\cos 2x.$$
4. Дан тонкий однородный стержень длиной l, начальная температура которого равна нулю. На конце $x = l$ температура поддерживается равной нулю, а на конце $x = 0$ она растет линейно по времени, так, что $u(0,t) = At$, где А – постоянная. Найти распределение температуры вдоль стержня при $u > 0$.
5. Найти решение $u(r,\phi)$ уравнения Пуассона $\Delta u = 2r^2$ в кольце $2 < r < 3$, удовлетворяющее краевым условиям: $u|_{r=2} = \cos\phi$, $u|_{r=3} = 2\sin\phi$.

Вариант 14.

1. Привести к каноническому виду:
   а. $x^2 u_{xx} + 2xy\,u_{xy} + y^2 u_{yy} - x^3 u_y = 0$,
   б. $5e^{2x}u_{xx} - 2e^{x}u_{xy} + u_{yy} + 5e^{2y}u_x = 0$.
2. Найти общее решение: $7\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 12\dfrac{\partial^2 u}{\partial x\,\partial y} + 5\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} + 2\dfrac{\partial u}{\partial x} - 2\dfrac{\partial u}{\partial y} = 0$.
3. Решить краевую задачу:
   $$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2e^{-t}\sin\frac{5x}{2} \quad (0 < x < \pi,\ t > 0)$$
   $$u|_{x=0} = 0, \qquad \left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_{x=\pi} = 0,$$
   $$u|_{t=0} = -\sin\frac{5x}{2}, \qquad \frac{\partial u}{\partial t}\Big|_{t=0} = 2\sin\frac{x}{2}.$$
4. Дан тонкий однородный стержень длиной l, начальная температура которого равна нулю. На конце $x = l$ температура поддерживается равной нулю, а на конце $x = 0$ она меняется по закону $u(0,t) = A\sin\omega t$. Найти температуру стержня в момент времени t.

5. Найти решение $u(r,\phi)$ уравнения Пуассона $\Delta u = 2r^2 \sin 2\phi$ в кольце $1 < r < 3$, удовлетворяющее краевым условиям: $u|_{r=1} = 4\sin 3\phi,\ u|_{r=3} = 2\cos\phi$.

Вариант 15.

1. Привести к каноническому виду:

   а. $5e^{2x} u_{xx} - 2e^{x} u_{xy} + u_{yy} + 5e^{2x} u_x = 0$,

   б. $xu_{xx} - 2\sqrt{xy}u_{xy} + yu_{yy} - u_x = 0$.

2. Найти общее решение: $24\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 10\dfrac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} + 8\dfrac{\partial u}{\partial x} + 2\dfrac{\partial u}{\partial y} = 0$.

3. Решить краевую задачу:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + e^{-t}\sin\frac{3x}{2} \quad (0 < x < \pi,\ t > 0)$$

$$u|_{x=0} = 0, \qquad \left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_{x=\pi} = 0,$$

$$u|_{t=0} = 0, \qquad \frac{\partial u}{\partial t}\Big|_{t=0} = \sin\frac{x}{2}.$$

4. Дан тонкий однородный стержень длиной l, боковая сторона которого теплоизолирована. Начальная температура стержня известна. На конце $x = 0$ температура поддерживается равной нулю, а на конце $x = l$ происходит теплообмен с окружающей средой температуры нуль. Определить температуру стержня в момент времени $t > 0$.

5. Найти гармоническую функцию в прямоугольнике $0 < x < \pi$, $-1 < y < 1$, удовлетворяющую следующим условиям:

$$\left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_{x=0} = 0, \qquad u|_{x=\pi} = 0,$$

$$u|_{y=-1} = \cos\frac{3x}{2}, \qquad \left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_{y=1} = \cos\frac{x}{2}.$$

Вариант 16.

1. Привести к каноническому виду:

   а. $(1 - e^{2x-2y})u_{xx} + 2u_{xy} + u_{yy} - e^{2x-2y}u_x = 0$,

   б. $(1 + y^2)u_{xx} - 2y^2 u_{xy} + y^2 u_{yy} - yu_x + yu_y = 0$.

2. Найти общее решение: $2\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 11\dfrac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} - 6\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} - 104\dfrac{\partial u}{\partial x} - 52\dfrac{\partial u}{\partial y} = 0$.

3. Решить краевую задачу:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2xe^{-t} \quad (0 < x < l,\ t > 0)$$

$$\left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_{x=0}=t, \qquad \frac{\partial u}{\partial x}\Big|_{x=l}=t, \qquad (t>0)$$

$$u\,|_{t=0}=x^2-lx, \quad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0}=x, \qquad (0\le x\le l).$$

4. Дан тонкий однородный стержень длиной l, боковая поверхность которого теплоизолирована. Начальная температура стержня известна. На обоих концах стержня происходит теплообмен с окружающей средой температуры нуль. Определить температуру стержня в момент времени $t>0$.

5. Найти решение уравнения Пуассона $\Delta u=e^{2y}\sin x$ в прямоугольнике $0<x<\pi$, $0<y<1$, удовлетворяющее краевым условиям:

$$u|_{x=0}=0, \qquad u|_{x=\pi}=0,$$
$$u|_{y=0}=2\sin 3x, \qquad u\,|_{y=1}=3\sin 2x.$$

Вариант 17.

1. Привести к каноническому виду:

а. в. $e^{2x}u_{xx}+2e^{x+y}u_{xy}+e^{2y}u_{yy}=0$,

б. $\sin^3 y\,u_{xx}-2\sin^2 y\,u_{xy}+2\sin y\,u_{yy}-2\cos y\,u_y=0$.

2. Найти общее решение: $12\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}+8\dfrac{\partial^2 u}{\partial x\,\partial y}-7\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}+60\dfrac{\partial u}{\partial x}+70\dfrac{\partial u}{\partial y}=0\cdot$

3. Решить краевую задачу:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=a^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+e^t\sin\,x \quad (0<x<l,\ t>0)$$

$$\left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_{x=0}=t, \qquad u\,\big|_{x=l}=-t^2,(t>0),$$

$$u\,|_{t=0}=0, \qquad \frac{\partial u}{\partial t}\Big|_{t=0}=l-x,(0\le x\le l).$$

4. Дан тонкий однородный стержень длиной l, изолированный от внешнего пространства, начальная температура которого равна $f(x)=\dfrac{cx(l-x)}{l^2}$. Концы стержня поддерживаются при температуре, равной нулю. Определить температуру стержня в момент времени $t>0$.

5. Найти решение $u(x,y)$ уравнения Пуассона $\Delta u=3y^2\sin 2x$ в прямоугольнике $0<x<\pi$, $0<y<1$, удовлетворяющее краевым условиям:

$$u|_{x=0}=u|_{x=\pi}=0, \quad \left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=0}=4\sin x, \quad \frac{\partial u}{\partial y}=0\,.$$

Вариант 18.

1. Привести к каноническому виду:

а. $\cos^3 y\,u_{xx}-2\cos x\cos^2 y\,u_{xy}-\cos y\sin^2 x\,u_{yy}++(\sin x\cos^2 y+\sin y\cos^2 x-\sin y)u_y=0$, б. $x^2 u_{xx} + 2x u_{xy} + (x^2+1) u_{yy} - u_y = 0$.

2. Найти общее решение: $8\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} - 3\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - 72\frac{\partial u}{\partial y} = 0$

3. Решить краевую задачу:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + e^{-2t}\cos 2x \quad (0 < x < \pi,\ t > 0)$$

$$u|_{x=0} = 0, \qquad u|_{x=\pi} = 0,$$

$$u|_{t=0} = \sin x, \qquad , \frac{\partial u}{\partial t}|_{t=0} = 0.$$

4. Дан тонкий однородный стержень длиной l, начальная температура которого равна $f(x)$. Конец $x = 0$ стержня поддерживается при постоянной температуре u_0, $x = l$ - при постоянной температуре u_1. На боковой поверхности стержня происходит теплообмен с окружающей средой, температура которой равна нулю. Определить температуру стержня в любой момент времени t.

5. Найти решение уравнения Пуассона $\Delta u = 3e^{-y}\cos 3x$ в прямоугольнике $0 < x < \pi$, $0 < y < 1$, удовлетворяющее краевым условиям:

$$\left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_{x=0} = \left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_{x=\pi} = 0, \quad u|_{y=0} = 3\cos x, \quad \left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=1} = 1.$$

Вариант 19.

1. Привести к каноническому виду:

а. $(1+y^2)u_{xx} - 2y^2 u_{xy} + y^2 u_{yy} - y u_x + y u_y = 0$,

б. $x^3 u_{xx} - 4x^2 u_{xy} + 4x u_{yy} + (x^2 + 2e^{-y}) u_x = 0$.

2. Найти общее решение: $21\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 29\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + 10\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - 9\frac{\partial u}{\partial x} + 6\frac{\partial u}{\partial y} = 0\cdot$

3. Решить краевую задачу:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + e^{-t}\sin x \quad (0 < x < \pi,\ t > 0)$$

$$u|_{x=0} = 0, \qquad u|_{x=\pi} = 0,$$

$$u|_{t=0} = \sin 3x, \qquad \frac{\partial u}{\partial t}|_{t=0} = \sin 2x.$$

4. Решить задачу об остывании однородного стержня, если начальная температура постоянна и равна T_0, предполагая на его поверхности теплообмен с окружающей средой температуры T_1, при следующих граничных условиях $x = 0$: конец теплоизолирован, $x = l$: конец теплоизолирован.

5. Найти решение уравнения Пуассона $\Delta u = x^2 - y^2$ в круге $x^2 + y^2 < 1$, удовлетворяющее краевым условиям: $u|_{x^2+y^2=1} = 2xy$.

Вариант 20.

1. Привести к каноническому виду:
   а. $x^2 u_{xx} - 2x u_{xy} + 2u_{yy} + x u_x = 0$,

   б. $u_{xx} - 2\sin x u_{xy} - \cos^2 x u_{yy} - \cos x u_y = 0$.
2. Найти общее решение: $35\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 99\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + 70\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + 7\frac{\partial u}{\partial x} - 10\frac{\partial u}{\partial y} = 0 \cdot$
3. Решить краевую задачу:
   $$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + e^{-t} \cos x \quad (0 < x < \pi,\ t > 0)$$
   $$\left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_{x=0} = 0, \qquad \left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_{x=\pi} = 0,$$
   $$u|_{t=0} = 3, \qquad , \frac{\partial u}{\partial t}|_{t=0} = 0.$$
4. Решить задачу о нагревании однородного металлического стержня постоянным электрическим током, если начальная температура линейно меняется от T_1 при $x = 0$ до T_2 при $x = l$, предполагая на его поверхности теплообмен с окружающей средой температуры T_0, при следующих граничных условиях $x = 0$: происходит теплообмен с окружающей средой температуры T_1, $x = l$: конец теплоизолирован.
5. Найти решение уравнения Пуассона $\Delta u = y \cos x$ в прямоугольнике $0 < x < \pi$, $0 < y < 1$, удовлетворяющее краевым условиям:
   $$\left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_{x=0} = \left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_{x=\pi} = 0, \quad u|_{y=0} = -3, \quad u|_{y=1} = 2x .$$

Критерии оценивания индивидуальных заданий.
Максимальное количество баллов за отдельный вариант индивидуальной работы (5 заданий) – 50.

Для заданий 1а, 1б, 2:

Критерий оценивания	Баллы
Задание выполнено в полном объеме, допускаются вычислительные ошибки на финальном этапе решения	4-5
Задание выполнено с ошибочными промежуточными выводами и расчетами (неправильно определен тип уравнения и/или применен несоответствующий алгоритм; вычислительные промежуточные ошибки, приводящие к неправильным выводам)	2-3
Задание выполнено полностью неверно или отсутствует решение	0
Максимальный балл за одно индивидуальное задание	5

Для заданий 3, 4, 5:

Критерий оценивания	Баллы за задание		
	3	4	5
Задание выполнено в полном объеме, допускаются вычислительные ошибки на финальном этапе решения	13-15	8-10	8-10
Задание выполнено с ошибочными промежуточными выводами и расчетами (неправильно определен тип задачи и/или применен несо-	8-12	5-7	5-7

ответствующий алгоритм; вычислительные промежуточные ошибки, приводящие к неправильным выводам)			
Задание выполнено полностью неверно или отсутствует решение	0	0	0
Максимальный балл за одно индивидуальное задание	15	10	10

3 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Процедуры оценивания включают в себя текущий контроль и промежуточную аттестацию.

Текущий контроль успеваемости проводится с использованием оценочных средств, представленных в п. 2 данного приложения. Результаты текущего контроля доводятся до сведения обучающихся до промежуточной аттестации.

Промежуточная аттестация проводится в форме зачета. Зачет проводится по расписанию промежуточной аттестации в устном виде. Количество вопросов в зачетном задании (билете) – 4 (2 теоретических вопроса и 2 практико-ориентированных задания). Объявление результатов производится в день зачета. Результаты аттестации заносятся в ведомость и зачетную книжку обучающегося.

Обучающиеся, не прошедшие промежуточную аттестацию по графику промежуточной аттестации, должны ликвидировать задолженность в установленном порядке.

Приложение 2

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Учебным планом предусмотрены следующие виды занятий:

– лекции;
– практические занятия.

В ходе лекционных занятий рассматриваются основные типы и методы решения уравнений в частных производных и задач, составленных с помощью УЧП. В ходе практических занятий студенты закрепляют знания, полученные на лекционных занятиях, путем решения задач.

При подготовке к практическим занятиям каждый обучающийся должен:

– изучить рекомендованную учебную литературу;
– изучить конспекты лекций;
– выполнить домашнее задание к предыдущей теме.

Углубленное изучение вопросов лекционных занятий, а также вопросов, не рассмотренных на лекциях и практических занятиях, должны быть изучены обучающимися в ходе самостоятельной работы. Контроль самостоятельной работы обучающихся осуществляется в ходе занятий посредством опроса и решения практико-ориентированных заданий. В ходе самостоятельной работы каждый обучающийся обязан прочитать основную и по возможности дополнительную литературу по изучаемой теме, дополнить конспекты лекций недостающим материалом, выписками из рекомендованных первоисточников. Выделить непонятные термины, найти их значение в литературе. Для подготовки к занятиям, текущему контролю и промежуточной аттестации обучающиеся могут воспользоваться электронно-библиотечными системами.