Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Ростовский государственный экономический университет (РИНХ)»

УТВЕРЖДАЮ
Директор Таганрогского института
имени А. П. Чехова (филиала)
РГЭУ (РИНХ)
_____________ С. А. Петрушенко
«20» мая 2025 г.

Рабочая программа дисциплины
Математический анализ

Направление подготовки
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Направленность (профиль) программы бакалавриата
44.03.05.24 Математика и Физика

Для набора 2025 года

Квалификация
Бакалавр

КАФЕДРА **математики и физики**

Распределение часов дисциплины по семестрам / курсам

Курс	1		2		3		Итого	
Вид занятий	УП	РП	УП	РП	УП	РП		
Лекции	8	8	12	12	4	4	24	24
Практические	10	10	12	12	4	4	26	26
Итого ауд.	18	18	24	24	8	8	50	50
Контактная работа	18	18	24	24	8	8	50	50
Сам. работа	189	189	256	256	55	55	500	500
Часы на контроль	9	9	8	8	9	9	26	26
Итого	216	216	288	288	72	72	576	576

ОСНОВАНИЕ

Учебный план утвержден учёным советом вуза от 28.02.2025 протокол № 9.

Программу составил(и): Доц., Яковенко И.В.

Зав. кафедрой: Фирсова С. А.

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ	
1.1	формирование у обучающихся универсальных (УК-1), общепрофессиональных (ОПК-8)и профессиональных (ПКО-3) компетенций для последующего применения в учебной и практической деятельности в соответствии с общими целями основной профессиональной образовательной программы (ОПОП).

2. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ	
ОПК-8:	Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний
ОПК-8.1:	Владеет основами специальных научных знаний в сфере профессиональной деятельности
ОПК-8.2:	Осуществляет педагогическую деятельность на основе использования специальных научных знаний и практических умений в профессиональной деятельности
ПКО-3:	Способен реализовывать основные общеобразовательные программы различных уровней и направленности с использованием современных образовательных технологий в соответствии с актуальной нормативной базой
ПКО-3.1:	Осуществляет обучение учебному предмету на основе использования предметных методик и современных образовательных технологий
ПКО-3.2:	Осуществляет педагогическую поддержку и сопровождение обучающихся в процессе достижения метапредметных, предметных и личностных результатов
ПКО-3.3:	Применяет предметные знания при реализации образовательного процесса
ПКО-3.4:	Организует деятельность обучающихся, направленную на развитие интереса к учебному предмету в рамках урочной и внеурочной деятельности
ПКО-3.5:	Участвует в проектировании предметной среды образовательной программы
УК-1:	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач
УК-1.1:	Демонстрирует знание особенностей системного и критического мышления и готовности к нему
УК-1.2:	Применяет логические формы и процедуры, способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности
УК-1.3:	Анализирует источник информации с точки зрения временных и пространственных условий его возникновения
УК-1.4:	Анализирует ранее сложившиеся в науке оценки информации
УК-1.5:	Сопоставляет разные источники информации с целью выявления их противоречий и поиска достоверных суждений
УК-1.6:	Аргументированно формирует собственное суждение и оценку информации, принимает обоснованное решение
УК-1.7:	Определяет практические последствия предложенного решения задачи

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:
Знать:
основные понятия математического анализа, основные свойства и теоремы математического анализа, основные методы математического анализа; и понимать смысл культуры математического мышления, логической и алгоритмической культуры; законы логики математических рассуждений, понимать роль и место математического анализа в системе наук, значение математического анализа для решения задач, возникающих в теории и практике; приложения основных понятий математического анализа: производной, определенного интеграла, криволинейного интеграла, рядов (соотнесено с индикаторами УК-1.1, 1.2, 1.4); основы научных теорий и концепций в области возрастной, педагогической и социальной психологии, лежащих в основе педагогической деятельности (соотнесено с индикатором ОПК-8.1); предметные знания при реализации образовательного процесса (соотнесено с индикатором ПКО-3.3).
Уметь:
используя определения, проводить исследования, связанные с основными понятиями, применять методы математического анализа к доказательству теорем и решению задач и системный подход для решения поставленных задач; понимать общую структуру математического знания, взаимосвязь между различными математическими дисциплинами, реализовывать основные методы математических рассуждений на основе общих методов научного исследования и опыта решения учебных и научных проблем; применять универсальные законы логики в математических рассуждениях; составлять математические (функциональные) модели реальных процессов, применять аппарат математического анализа для решения практических проблем (соотнесено с индикаторами УК-1.2, 1.3, 1.4, 1.6. 1.7); реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов (соотнесено с индикатором ОПК-8.2); осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний (соотнесено с индикатором ОПК-8.2); реализовывать основные общеобразовательные программы различных уровней и направленности с использованием современных образовательных технологий в соответствии с актуальной нормативной базой (соотнесено с индикаторами ПКО-3.1, 3.2, 3.3, 3.5).

Владеть:
способностью к коммуникации в устной и письменной формах на русском и иностранном языках для решения задач межличностного и межкультурного взаимодействия (соотнесено с индикатором ПКО-3.4); современными знаниями о математическом анализе и его приложениях и навыками вычисления пределов, нахождения производных и вычисления интегралов; языком математики, способностью корректно выражать и аргументировано обосновывать имеющиеся знания, анализировать собственные и чужие ошибки; навыками записи предложений математического анализа в символической форме и применения к ним законов равносильности сложных предикатов; навыками исследования функциональных моделей, навыками использования аппарата математического анализа для решения практических задач (соотнесено с индикаторами УК-1.5, 1.6, 1.7); поиска, критического анализа и синтеза информации, применения системного подхода для решения поставленных задач (соотнесено с индикатором ОПК-8.1).

3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Раздел 1. Действительные числа

№	Наименование темы, краткое содержание	Вид занятия / работы / форма ПА	Семестр / Курс	Количество часов	Компетенции
1.1	Тема 1.1 Действительные числа. Простейшие свойства. Сравнение действительных чисел. Операции над действительными числами. Модуль действительного числа. Свойства модуля. Тема 1.2 Наибольший и наименьший элементы множества. Ограниченные и неограниченные множества. Точные грани. Выполнение индивидуальных заданий.	Самостоятельная работа	1	25	УК-1 ОПК-8 ПКО-3 ПКО-3.1 ПКО-3.2 ПКО-3.3 ПКО-3.4 ПКО-3.5 ОПК-8.1 ОПК-8.2 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7

Раздел 2. Предел числовой последовательности

№	Наименование темы, краткое содержание	Вид занятия / работы / форма ПА	Семестр / Курс	Количество часов	Компетенции
2.1	Тема 2.1 Числовая последовательность. Предел последовательности. Свойства сходящихся последовательностей. Тема 2.2 Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности и их свойства. Арифметические операции над сходящимися последовательностями.	Лекционные занятия	1	2	УК-1 ОПК-8 ПКО-3 ПКО-3.1 ПКО-3.2 ПКО-3.3 ПКО-3.4 ПКО-3.5 ОПК-8.1 ОПК-8.2 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7
2.2	Тема 2.2 Вычисление пределов последовательности, замечательные пределы.	Практические занятия	1	2	УК-1 ОПК-8 ПКО-3 ПКО-3.1 ПКО-3.2 ПКО-3.3 ПКО-3.4 ПКО-3.5 ОПК-8.1 ОПК-8.2 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5

					УК-1.6 УК-1.7
2.3	Тема 2.1 Числовая последовательность. Предел последовательности. Свойства сходящихся последовательностей. Тема 2.2 Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности и их свойства. Арифметические операции над сходящимися последовательностями. Тема 2.3 Монотонные последовательности. Свойства. Число e как предел последовательности. Тема 2.4 Теорема Кантора о вложенных отрезках. Подпоследовательности и частичные пределы. Фундаментальные последовательности. Критерий Коши. Выполнение индивидуальных заданий.	Самостоятельная работа	1	34	УК-1 ОПК-8 ПКО-3 ПКО-3.1 ПКО-3.2 ПКО-3.3 ПКО-3.4 ПКО-3.5 ОПК-8.1 ОПК-8.2 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7
	Раздел 3. Предел и непрерывность функции				
№	**Наименование темы, краткое содержание**	**Вид занятия / работы / форма ПА**	**Семестр / Курс**	**Количество часов**	**Компетенции**
3.1	Тема 3.2 Предел функции в точке. Различные типы пределов (односторонние пределы, бесконечные пределы, пределы на бесконечности). Свойства функций, имеющих предел. Тема 3.4 Непрерывность основных элементарных функций. Первый и второй замечательный пределы и их следствия. Сравнение бесконечно малых функций. Замена функций эквивалентными при вычислении пределов.	Лекционные занятия	1	2	УК-1 ОПК-8 ПКО-3 ПКО-3.1 ПКО-3.2 ПКО-3.3 ПКО-3.4 ПКО-3.5 ОПК-8.1 ОПК-8.2 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7
3.2	Тема 3.2 Первый замечательный предел и его следствия. Второй замечательный предел и его следствия. Вычисление пределов функций. Тема 3.3 Непрерывность функции в точке.	Практические занятия	1	4	УК-1 ОПК-8 ПКО-3 ПКО-3.1 ПКО-3.2 ПКО-3.3 ПКО-3.4 ПКО-3.5 ОПК-8.1 ОПК-8.2 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7
3.3	Тема 3.1 Понятие числовой функции. Классификация функций. Основные элементарные функции. Тема 3.2 Предел функции в точке. Различные типы пределов (односторонние пределы, бесконечные пределы, пределы на бесконечности). Свойства функций, имеющих предел. Тема 3.3 Монотонные функции. Непрерывность функции в точке. Свойства функций непрерывных в точке. Точки разрыва и их классификация. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Равномерная непрерывность. Тема 3.4 Непрерывность основных элементарных функций. Первый и второй замечательный пределы и их следствия. Сравнение бесконечно малых функций. Замена функций эквивалентными при вычислении пределов. Выполнение индивидуальных заданий.	Самостоятельная работа	1	45	УК-1 ОПК-8 ПКО-3 ПКО-3.1 ПКО-3.2 ПКО-3.3 ПКО-3.4 ПКО-3.5 ОПК-8.1 ОПК-8.2 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7

Раздел 4. Производная и дифференциал функции одной переменной					
№	**Наименование темы, краткое содержание**	**Вид занятия / работы / форма ПА**	**Семестр / Курс**	**Количество часов**	**Компетенции**
4.1	Тема 4.1 Задачи, приводящие к понятию производной. Дифференцируемость функции. Производная и дифференциал, их геометрический и механический смысл. Уравнение касательной и нормали.	Лекционные занятия	1	2	УК-1 ОПК-8 ПКО-3 ПКО-3.1 ПКО-3.2 ПКО-3.3 ПКО-3.4 ПКО-3.5 ОПК-8.1 ОПК-8.2 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7
4.2	Тема 4.1 Определение производной. Вычисление производных по определению. Таблица производных. Тема 4.2 Правила дифференцирования. Дифференцирование сложной функции.	Практические занятия	1	2	УК-1 ОПК-8 ПКО-3 ПКО-3.1 ПКО-3.2 ПКО-3.3 ПКО-3.4 ПКО-3.5 ОПК-8.1 ОПК-8.2 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7
4.3	Тема 4.1 Задачи, приводящие к понятию производной. Дифференцируемость функции. Производная и дифференциал, их геометрический и механический смысл. Уравнение касательной и нормали. Тема 4.2 Непрерывность дифференцируемой функции. Правила дифференцирования. Тема 4.3 Дифференцирование сложной, параметрически заданной функции. Тема 4.4 Производные и дифференциалы высших порядков. Механический смысл второй производной. Выполнение индивидуальных заданий.	Самостоятельная работа	1	40	УК-1 ОПК-8 ПКО-3 ПКО-3.1 ПКО-3.2 ПКО-3.3 ПКО-3.4 ПКО-3.5 ОПК-8.1 ОПК-8.2 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7

Раздел 5. Основные теоремы для дифференцируемых функций и их приложения					
№	**Наименование темы, краткое содержание**	**Вид занятия / работы / форма ПА**	**Семестр / Курс**	**Количество часов**	**Компетенции**
5.1	Тема 5.1 Локальный экстремум и теорема Ферма. Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши.	Лекционные занятия	1	2	УК-1 ОПК-8 ПКО-3 ПКО-3.1 ПКО-3.2 ПКО-3.3 ПКО-3.4 ПКО-3.5 ОПК-8.1 ОПК-8.2 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3

					УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7
5.2	Тема 5.4 Исследование функций. Построение графиков функций.	Практические занятия	1	2	УК-1 ОПК-8 ПКО-3 ПКО-3.1 ПКО-3.2 ПКО-3.3 ПКО-3.4 ПКО-3.5 ОПК-8.1 ОПК-8.2 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7
5.3	Тема 5.1 Локальный экстремум и теорема Ферма. Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши. Тема 5.2 Формула Тейлора. Правило Лопиталя. Исследование функций на монотонность. Экстремум, необходимое и достаточные условия экстремума. Нахождение наибольших и наименьших значений функции. Тема 5.3 Выпуклость функции. Точки перегиба. Асимптоты. Тема 5.4 Построение графиков функций. Выполнение индивидуальных заданий.	Самостоятельная работа	1	45	УК-1 ОПК-8 ПКО-3 ПКО-3.1 ПКО-3.2 ПКО-3.3 ПКО-3.4 ПКО-3.5 ОПК-8.1 ОПК-8.2 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7

Раздел 6. Неопределенный интеграл

№	Наименование темы, краткое содержание	Вид занятия / работы / форма ПА	Семестр / Курс	Количество часов	Компетенции
6.1	Тема 6.1 Задача восстановления функции по ее производной. Первообразная функция, неопределенный интеграл и его свойства. Тема 6.2 Основные методы интегрирования.	Лекционные занятия	2	2	УК-1 ОПК-8 ПКО-3 ПКО-3.1 ПКО-3.2 ПКО-3.3 ПКО-3.4 ПКО-3.5 ОПК-8.1 ОПК-8.2 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7
6.2	Тема 6.1 Неопределенный интеграл. Непосредственное интегрирование. Тема 6.2 Интегрирование по частям. Тема 6.3 Замена переменной в неопределенном интеграле.	Практические занятия	2	3	УК-1 ОПК-8 ПКО-3 ПКО-3.1 ПКО-3.2 ПКО-3.3 ПКО-3.4 ПКО-3.5 ОПК-8.1 ОПК-8.2 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5

					УК-1.6 УК-1.7
6.3	Тема 6.1 Задача восстановления функции по ее производной. Первообразная функция, неопределенный интеграл и его свойства. Тема 6.2 Основные методы интегрирования. Тема 6.3 Интегрирование рациональных и иррациональных функций. Тема 6.4 Интегрирование иррациональных и тригонометрических функций. Выполнение индивидуальных заданий.	Самостоятельная работа	2	57	УК-1 ОПК-8 ПКО-3 ПКО-3.1 ПКО-3.2 ПКО-3.3 ПКО-3.4 ПКО-3.5 ОПК-8.1 ОПК-8.2 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7
Раздел 7. Определенный интеграл					
№	**Наименование темы, краткое содержание**	**Вид занятия / работы / форма ПА**	**Семестр / Курс**	**Количество часов**	**Компетенции**
7.1	Тема 7.1 Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Понятие определенного интеграла. Суммы Дарбу, их свойства. Критерий интегрируемости функции. Основные свойства определенного интеграла. Теорема о среднем. Тема 7.2 Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование по частям и заменой переменной.	Лекционные занятия	2	2	УК-1 ОПК-8 ПКО-3 ПКО-3.1 ПКО-3.2 ПКО-3.3 ПКО-3.4 ПКО-3.5 ОПК-8.1 ОПК-8.2 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7
7.2	Тема 7.1 Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Понятие определенного интеграла. Суммы Дарбу, их свойства. Критерий интегрируемости функции. Основные свойства определенного интеграла. Теорема о среднем. Тема 7.2 Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование по частям и заменой переменной. Выполнение индивидуальных заданий.	Самостоятельная работа	2	30	УК-1 ОПК-8 ПКО-3 ПКО-3.1 ПКО-3.2 ПКО-3.3 ПКО-3.4 ПКО-3.5 ОПК-8.1 ОПК-8.2 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7
Раздел 8. Приложения определенного интеграла					
№	**Наименование темы, краткое содержание**	**Вид занятия / работы / форма ПА**	**Семестр / Курс**	**Количество часов**	**Компетенции**
8.1	Тема 8.1 Геометрические и механические приложения определенноо интеграла.	Практические занятия	2	2	УК-1 ОПК-8 ПКО-3 ПКО-3.1 ПКО-3.2 ПКО-3.3 ПКО-3.4 ПКО-3.5 ОПК-8.1 ОПК-8.2 УК-1.1

					УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7
8.2	Тема 8.1 Геометрические и механические приложения определенноо интеграла. Выполнение индивидуальных заданий.	Самостоятельная работа	2	30	УК-1 ОПК-8 ПКО-3 ПКО-3.1 ПКО-3.2 ПКО-3.3 ПКО-3.4 ПКО-3.5 ОПК-8.1 ОПК-8.2 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7

Раздел 9. Функции нескольких переменных

№	Наименование темы, краткое содержание	Вид занятия / работы / форма ПА	Семестр / Курс	Количество часов	Компетенции
9.1	Тема 9.1 Метрическое пространство. Пространство R^n. Открытые и замкнутые множества в метрическом пространстве. Компакт. Понятие функции нескольких переменных. Тема 9.2 Предел и непрерывность функции нескольких переменных. Свойства функций непрерывных на компакте. Выполнение индивидуальных заданий.	Самостоятельная работа	2	15	УК-1 ОПК-8 ПКО-3 ПКО-3.1 ПКО-3.2 ПКО-3.3 ПКО-3.4 ПКО-3.5 ОПК-8.1 ОПК-8.2 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7

Раздел 10. Дифференцируемость функции нескольких переменных

№	Наименование темы, краткое содержание	Вид занятия / работы / форма ПА	Семестр / Курс	Количество часов	Компетенции
10.1	Тема 10.1 Частные производные. Дифференцируемость функции нескольких переменных в точке. Тема 10.2 Дифференцируемость сложной функции. Дифференциал. Инвариантность формы первого дифференциала. Тема 10.5 Экстремум, необходимое и достаточные условия. Условный экстремум.	Лекционные занятия	2	4	УК-1 ОПК-8 ПКО-3 ПКО-3.1 ПКО-3.2 ПКО-3.3 ПКО-3.4 ПКО-3.5 ОПК-8.1 ОПК-8.2 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7
10.2	Тема 10.1 Дифференцируемость функции нескольких переменных в точке. Необходимое и достаточные условия дифференцируемости. Дифференциал. Тема 10.2 Экстремум, необходимое и достаточные условия. Условный экстремум.	Практические занятия	2	3	УК-1 ОПК-8 ПКО-3 ПКО-3.1 ПКО-3.2 ПКО-3.3 ПКО-3.4

					ПКО-3.5 ОПК-8.1 ОПК-8.2 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7
10.3	Тема 10.1 Частные производные. Дифференцируемость функции нескольких переменных в точке. Тема 10.2 Дифференцируемость сложной функции. Дифференциал. Инвариантность формы первого дифференциала. Тема 10.3 Касательная плоскость к графику функции двух переменных. Производная по направлению, градиент. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Тема 10.4 Неявные функции. Формула Тейлора. Тема 10.5 Экстремум, необходимое и достаточные условия. Условный экстремум. Выполнение индивидуальных заданий.	Самостоятельная работа	2	60	УК-1 ОПК-8 ПКО-3 ПКО-3.1 ПКО-3.2 ПКО-3.3 ПКО-3.4 ПКО-3.5 ОПК-8.1 ОПК-8.2 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7
Раздел 11. Криволинейные интегралы					
№	**Наименование темы, краткое содержание**	**Вид занятия / работы / форма ПА**	**Семестр / Курс**	**Количество часов**	**Компетенции**
11.1	Тема 11.1 Криволинейные интегралы первого рода и их геометрическая интерпретация. Приложения криволинейных интегралов первого рода. Тема 11.2 Криволинейные интегралы второго рода. Условия независимости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования.	Лекционные занятия	2	4	УК-1 ОПК-8 ПКО-3 ПКО-3.1 ПКО-3.2 ПКО-3.3 ПКО-3.4 ПКО-3.5 ОПК-8.1 ОПК-8.2 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7
11.2	Тема 11.1 Криволинейные интегралы первого рода и их геометрическая интерпретация. Приложения криволинейных интегралов первого рода. Тема 11.2 Криволинейные интегралы второго рода. Условия независимости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования.	Практические занятия	2	2	УК-1 ОПК-8 ПКО-3 ПКО-3.1 ПКО-3.2 ПКО-3.3 ПКО-3.4 ПКО-3.5 ОПК-8.1 ОПК-8.2 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7
11.3	Тема 11.1 Криволинейные интегралы первого рода и их геометрическая интерпретация. Приложения криволинейных интегралов первого рода. Тема 11.2 Криволинейные интегралы второго рода. Условия независимости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования. Тема 11.2 Криволинейные интегралы второго рода. Формула Грина -Остроградского. Приложения криволинейных интегралов второго рода.	Самостоятельная работа	2	15	УК-1 ОПК-8 ПКО-3 ПКО-3.1 ПКО-3.2 ПКО-3.3 ПКО-3.4 ПКО-3.5 ОПК-8.1

	Выполнение индивидуальных заданий.				ОПК-8.2 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7

Раздел 12. Кратные интегралы

№	Наименование темы, краткое содержание	Вид занятия / работы / форма ПА	Семестр / Курс	Количество часов	Компетенции
12.1	Тема 12.2 Двойной интеграл. Свойства двойного интеграла. Замена переменных в двойном интеграле. Тема 12.3 Тройной интеграл. Свойства тройного интеграла. Замена переменных в тройном интеграле.	Лекционные занятия	3	4	УК-1 ОПК-8 ПКО-3 ПКО-3.1 ПКО-3.2 ПКО-3.3 ПКО-3.4 ПКО-3.5 ОПК-8.1 ОПК-8.2 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7
12.2	Тема 12.2 Двойной интеграл. Свойства двойного интеграла. Замена переменных в двойном интеграле. Тема 12.3 Тройной интеграл. Свойства тройного интеграла. Замена переменных в тройном интеграле.	Практические занятия	2	2	УК-1 ОПК-8 ПКО-3 ПКО-3.1 ПКО-3.2 ПКО-3.3 ПКО-3.4 ПКО-3.5 ОПК-8.1 ОПК-8.2 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7
12.3	Тема 12.1 Мера Жордана. Определение и свойства кратного интеграла Римана. Тема 12.2 Двойной интеграл. Свойства двойного интеграла. Замена переменных в двойном интеграле. Тема 12.3 Тройной интеграл. Свойства тройного интеграла. Замена переменных в тройном интеграле. Тема 12.4 Приложения кратных интегралов. Выполнение индивидуальных заданий.	Самостоятельная работа	2	49	УК-1 ОПК-8 ПКО-3 ПКО-3.1 ПКО-3.2 ПКО-3.3 ПКО-3.4 ПКО-3.5 ОПК-8.1 ОПК-8.2 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7

Раздел 13. Числовые ряды

№	Наименование темы, краткое содержание	Вид занятия / работы / форма ПА	Семестр / Курс	Количество часов	Компетенции
13.1	Тема 13.1 Числовой ряд и его частичные суммы. Сходящиеся ряды. Необходимое условие сходимости ряда. Свойства схо-дящихся рядов. Тема 13.2 Числовой ряд и его частичные суммы. Сходящиеся ряды. Признаки сходимости рядов.	Практические занятия	3	2	УК-1 ОПК-8 ПКО-3 ПКО-3.1 ПКО-3.2

	Тема 13.2 Абсолютно сходящиеся ряды и их свойства. Знакочередующиеся ряды. Теорема Лейбница. Условно сходящиеся ряды.				ПКО-3.3 ПКО-3.4 ПКО-3.5 ОПК-8.1 ОПК-8.2 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7
13.2	Тема 13.1 Числовой ряд и его частичные суммы. Сходящиеся ряды. Необходимое условие сходимости ряда. Свойства сходящихся рядов. Тема 13.2 Ряды с неотрицательными членами. Признаки сходимости числовых знакоположительных рядов. Тема 13.3 Абсолютно и условно сходящиеся ряды и их свойства. Знакочередующиеся ряды. Выполнение индивидуальных заданий.	Самостоятельная работа	3	21	УК-1 ОПК-8 ПКО-3 ПКО-3.1 ПКО-3.2 ПКО-3.3 ПКО-3.4 ПКО-3.5 ОПК-8.1 ОПК-8.2 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7
Раздел 14. Функциональные последовательности и ряды					
№	**Наименование темы, краткое содержание**	**Вид занятия / работы / форма ПА**	**Семестр / Курс**	**Количество часов**	**Компетенции**
14.1	Тема 14.3 Степенные ряды. Теорема Абеля. Интервал и радиус сходимости степенного ряда. Тема 14.4 Ряд Тейлора. Разложение элементарных функций в степенной ряд.	Практические занятия	3	1	УК-1 ОПК-8 ПКО-3 ПКО-3.1 ПКО-3.2 ПКО-3.3 ПКО-3.4 ПКО-3.5 ОПК-8.1 ОПК-8.2 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7
14.2	Тема 14.1 Последовательность функций. Сходимость функциональной последовательности и ряда. Тема 14.2 Функциональные ряды. Сходимость функциональных рядов. Тема 14.3 Степенные ряды. Тема 14.4 Ряд Тейлора. Разложение элементарных функций в степенной ряд. Приближенные вычисления значений функций и интегралов, другие приложения степенных рядов. Выполнение индивидуальных заданий.	Самостоятельная работа	3	17	УК-1 ОПК-8 ПКО-3 ПКО-3.1 ПКО-3.2 ПКО-3.3 ПКО-3.4 ПКО-3.5 ОПК-8.1 ОПК-8.2 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7
Раздел 15. Ряды Фурье					
№	**Наименование темы, краткое содержание**	**Вид занятия / работы / форма ПА**	**Семестр / Курс**	**Количество часов**	**Компетенции**
15.1	Тема 15.1 Ортогональные системы функций. Ряд Фурье.	Практические	3	1	УК-1

	Разложение кусочно-гладкой функции в ряд Фурье.	занятия			ОПК-8 ПКО-3 ПКО-3.1 ПКО-3.2 ПКО-3.3 ПКО-3.4 ПКО-3.5 ОПК-8.1 ОПК-8.2 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7
15.2	Тема 15.1 Ортогональные системы функций. Ряд Фурье. Разложение кусочно-гладкой функции в ряд Фурье. Выполнение индивидуальных заданий.	Самостоятельная работа	3	17	УК-1 ОПК-8 ПКО-3 ПКО-3.1 ПКО-3.2 ПКО-3.3 ПКО-3.4 ПКО-3.5 ОПК-8.1 ОПК-8.2 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7
Раздел 16. Контроль					
№	**Наименование темы, краткое содержание**	**Вид занятия / работы / форма ПА**	**Семестр / Курс**	**Количество часов**	**Компетенции**
16.1	Подготовка к промежуточной аттестации	Экзамен	1	9	УК-1 ОПК-8 ПКО-3 ПКО-3.1 ПКО-3.2 ПКО-3.3 ПКО-3.4 ПКО-3.5 ОПК-8.1 ОПК-8.2 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7
16.2	Подготовка к промежуточной аттестации	Зачет	2	4	УК-1 ОПК-8 ПКО-3 ПКО-3.1 ПКО-3.2 ПКО-3.3 ПКО-3.4 ПКО-3.5 ОПК-8.1 ОПК-8.2 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7
16.3	Подготовка к промежуточной аттестации	Зачет	2	4	УК-1 ОПК-8 ПКО-3

					ПКО-3.1 ПКО-3.2 ПКО-3.3 ПКО-3.4 ПКО-3.5 ОПК-8.1 ОПК-8.2 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7
16.4	Подготовка к промежуточной аттестации	Экзамен	3	9	УК-1 ОПК-8 ПКО-3 ПКО-3.1 ПКО-3.2 ПКО-3.3 ПКО-3.4 ПКО-3.5 ОПК-8.1 ОПК-8.2 УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3 УК-1.4 УК-1.5 УК-1.6 УК-1.7

4. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Структура и содержание фонда оценочных средств для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации представлены в Приложении 1 к рабочей программе дисциплины.

5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

5.1. Учебные, научные и методические издания

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Библиотека / Количество
1	Фихтенгольц, Григорий Михайлович	Курс дифференциального и интегрального исчисления: Учеб. для студентов физ. и мех.-мат. спец. высш. учеб. заведений: [В 3-х т.]	М.: ФИЗМАТЛИТ: Лаборатория Знаний, 2003	50 экз.
2	Фихтенгольц, Григорий Михайлович	Курс дифференциального и интегрального исчисления: Учеб. для студентов физ. и мех.-мат. спец. высш. учеб. заведений: [В 3-х т.]	М.: ФИЗМАТЛИТ: Лаборатория Знаний, 2003	50 экз.
3	Фихтенгольц, Григорий Михайлович	Курс дифференциального исчисления: Учеб. для студентов физ. и мех.-мат. спец. высш. учеб. заведений: В 3-х т.	М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003	50 экз.
4	Середа, В. И., Яковенко, И. В.	Введение в математический анализ: руководство к решению задач: учеб.-метод. пособие для студентов физ.-мат. фак., обучающихся по спец. 032200 "Физика"	Таганрог: Изд-во Таганрог. гос. пед. ин-та, 2004	22 экз.
5	Тер-Крикоров А. М., Шабунин М. И.	Курс математического анализа	М.: ФИЗМАТЛИТ: ЛБЗ, 2003	90 экз.
6	Берман Г. Н.	Сборник задач по курсу математического анализа: учеб. пособие	СПб.: Профессия, 2005	96 экз.
7	Тер-Крикоров А. М., Шабунин М. И.	Курс математического анализа: учебное пособие для вузов: учебное пособие	Москва: Физматлит, 2001	http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83198
8	Виленкин Н. Я., Бохан К. А., Марон И. А., Матвеев И. В., Смолянский М. Л., Цветков А. Т., Виленкин Н. Я.	Задачник по курсу математического анализа: учебное пособие	Москва: Просвещение, 1971	http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=459818

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Библиотека / Количество
9	Виленкин Н. Я., Бохан К. А., Марон И. А., Матвеев И. В., Смолянский М. Л., Цветков А. Т., Виленкин Н. Я.	Задачник по курсу математического анализа: учебное пособие	Москва: Просвещение, 1971	http://biblioclub.ru/index.php? page=book&id=459819

5.1. Учебные, научные и методические издания

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Библиотека / Количество
1	Бугров Я.С., Никольский С. М.	Дифференциальное и интегральное исчисление: Учеб. для студентов инженерно-техн. спец. высш. учеб. заведений	Ростов н/Д: Феникс, 1997	1 экз.
2	Бугров Я.С., Никольский С.М.	Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды. Функции комплексного переменного: Учеб. для студентов инженер.-техн. спец. высш. учеб. заведений	Ростов н/Д: Феникс, 1997	1 экз.
3	Бутузов В.Ф., Крутицкая Н.Ч.	Математический анализ в вопросах и задачах: учеб. пособие для студентов высш. учеб. заведений	М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002	10 экз.
4	Бугров Я. С., Никольский С. М.	Сборник задач по высшей математике: учебное пособие	Москва: Физматлит, 2001	http://biblioclub.ru/index.php? page=book&id=67851
5	Гусак А. А.	Математический анализ и дифференциальные уравнения: примеры и задачи: учебное пособие	Минск: ТетраСистемс, 2011	http://biblioclub.ru/index.php? page=book&id=572285
6	Рябушко, А. П., Жур, Т. А.	Высшая математика. Теория и задачи. В 5 частях. Ч.1. Линейная и векторная алгебра. Аналитическая геометрия. Дифференциальное исчисление функций одной переменной: учебное пособие	Минск: Вышэйшая школа, 2017	http://www.iprbookshop.ru/90754.html
7	Рябушко, А. П., Жур, Т. А.	Высшая математика. Теория и задачи. В 5 частях. Ч.2. Комплексные числа. Неопределенный и определенный интегралы. Функции нескольких переменных: учебное пособие	Минск: Вышэйшая школа, 2016	http://www.iprbookshop.ru/90755.html
8	Рябушко, А. П., Жур, Т. А.	Высшая математика. Теория и задачи. В 5 частях. Ч.3. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Ряды. Кратные интегралы: учебное пособие	Минск: Вышэйшая школа, 2017	http://www.iprbookshop.ru/90756.html
9	Рябушко, А. П., Жур, Т. А.	Высшая математика. Теория и задачи. В 5 частях. Ч.4. Криволинейные интегралы. Элементы теории поля. Функции комплексной переменной: учебное пособие	Минск: Вышэйшая школа, 2017	http://www.iprbookshop.ru/90757.html

5.2. Профессиональные базы данных и информационные справочные системы

eLibrary.ru - научная электронная библиотека
www.biblioclub.ru - Университетская библиотека онлайн

5.3. Перечень программного обеспечения

OpenOffice

5.4. Учебно-методические материалы для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья

При необходимости по заявлению обучающегося с ограниченными возможностями здоровья учебно-методические материалы предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям здоровья и восприятия информации. Для лиц с нарушениями зрения: в форме аудиофайла; в печатной форме увеличенным шрифтом. Для лиц с нарушениями слуха: в форме электронного документа; в печатной форме. Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата: в форме электронного документа; в печатной форме.

6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Помещения для всех видов работ, предусмотренных учебным планом, укомплектованы необходимой специализированной учебной мебелью и техническими средствами обучения:
- столы, стулья;
- персональный компьютер / ноутбук (переносной);

- проектор;
- экран / интерактивная доска.

7. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Методические указания по освоению дисциплины представлены в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины.

Приложение 1

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

1 Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

1.1. Показатели и критерии оценивания компетенций:

ЗУН, составляющие компетенцию	Показатели оценивания	Критерии оценивания	Средства оценивания
УК-1: Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач			
Знать: основные понятия математического анализа, основные свойства и теоремы математического анализа, основные методы математического анализа; и понимать смысл культуры математического мышления, логической и алгоритмической культуры; законы логики математических рассуждений, понимать роль и место математического анализа в системе наук, значение математического анализа для решения задач, возникающих в теории и практике; приложения основных понятий математического анализа: производной, определенного интеграла, криволинейного интеграла, рядов.	Раскрывает основные понятия и описывает методы решения задач, выполняет задания контрольных работ, содержащие основные типовые задания дисциплины.	Полный, развёрнутый ответ на поставленный вопрос; правильные применение полученных знаний на практике; грамотное и логически стройное изложение материала при ответе на вопрос; правильное определение основных понятий; исчерпывающие ответы на уточняющие и дополнительные вопросы. Количество (процент) правильно выполненных заданий в контрольных работах.	Опрос (коллоквиум) по темам дисциплины. Индивидуальное домашнее задание по темам дисциплины.
Уметь: используя определения, проводить исследования, связанные с основными понятиями, применять методы математического анализа к доказательству теорем и решению задач и системный подход для решения поставленных задач; понимать общую структуру математического знания, взаимосвязь между различными математическими дисциплинами, реализовывать основные методы математических рассуждений на основе общих методов научного исследования и опыта решения учебных и научных проблем; применять универсальные законы логики в математических рассуждениях; составлять математические (функциональные) модели реальных процессов, применять аппарат математического анализа для решения практических проблем.	Определяет тип задач, находит решения задач, в том числе по словесному описанию задачи.	Полнота и правильность решения задач.	Индивидуальное домашнее задание по темам дисциплины.

ЗУН, составляющие компетенцию	Показатели оценивания	Критерии оценивания	Средства оценивания
Владеть: современными знаниями о математическом анализе и его приложениях и навыками вычисления пределов, нахождения производных и вычисления интегралов; языком математики, способностью корректно выражать и аргументировано обосновывать имеющиеся знания, анализировать собственные и чужие ошибки; навыками записи предложений математического анализа в символической форме и применения к ним законов равносильности сложных предикатов; навыками исследования функциональных моделей, навыками использования аппарата математического анализа для решения практических задач; поиска, критического анализа и синтеза информации, применения системного подхода для решения поставленных задач.	Находит решения различных основных задач курса.	Правильность определения типа уравнения и задачи, метода их решения, а также правильность самого решения.	Индивидуальное домашнее задание по темам дисциплины.
ОПК-8: Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний			
Знать: основы научных теорий и концепций в области возрастной, педагогической и социальной психологии, лежащих в основе педагогической деятельности	Демонстрирует опору на научные знания при анализе ситуаций, проектировании мероприятий и интерпретации результатов диагностики.	Полнота, точность и актуальность воспроизведения теоретических положений, нормативных требований и научных основ профессиональной деятельности в устных ответах, письменных отчётах и аналитических материалах.	Опрос (коллоквиум) по темам дисциплины. Индивидуальное домашнее задание по темам дисциплины.
Уметь: реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов; осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний.	Обосновывает выбор методов, форм и средств работы ссылками на теоретические положения и эмпирические данные.	Обоснованность, соответствие целям и нормативным требованиям, а также эффективность применения профессиональных методов и процедур при решении практических задач в условиях реальной образовательной или социально-психологической среды.	Индивидуальное домашнее задание по темам дисциплины.
Владеть: навыками поиска, критического анализа и синтеза информации, применения системного подхода для решения поставленных задач.	Последовательно связывает практику с теорией в дневниках, отчётах и аналитических записках.	Автоматизированность, гибкость и рефлексивность выполнения профессиональных действий, свидетельствующие о сформированности устойчивых навыков и способности адаптировать их к изменяющимся условиям образователь-	Индивидуальное домашнее задание по темам дисциплины.

ЗУН, составляющие компетенцию	Показатели оценивания	Критерии оценивания	Средства оценивания
		ной практики.	
ПКО-3: Способен реализовывать основные общеобразовательные программы различных уровней и направленности с использованием современных образовательных технологий в соответствии с актуальной нормативной базой			
Знать: предметные знания при реализации образовательного процесса.	Демонстрирует опору на знания современных образовательных сред при организации образовательного процесса.	Полнота, точность и актуальность воспроизведения теоретических положений, нормативных требований и научных основ профессиональной деятельности в устных ответах, письменных отчётах и аналитических материалах.	Опрос (коллоквиум) по темам дисциплины. Индивидуальное домашнее задание по темам дисциплины.
Уметь: реализовывать основные общеобразовательные программы различных уровней и направленности с использованием современных образовательных технологий в соответствии с актуальной нормативной базой.	Определяет возможности использования цифровой образовательной среды образовательной организации и открытого информационно-образовательного пространства в процессе обучения.	Полнота и правильность решения задач.	Индивидуальное домашнее задание по темам дисциплины.
Владеть: способностью к коммуникации в устной и письменной формах на русском и иностранном языках для решения задач межличностного и межкультурного взаимодействия.	Находит решения различных образовательных задач.	Правильность определения типа уравнения и задачи, метода их решения, а также правильность самого решения.	Индивидуальное домашнее задание по темам дисциплины.

1.2 Шкалы оценивания:

Промежуточная аттестация осуществляется в 100-балльной шкале.

1, 3 курс (экзамен):

– 0 – 50 –неудовлетворительно
– 51 – 66 – удовлетворительно,
– 67 – 83 – хорошо,
– 84 – 100 – отлично.

2 курс (2) (зачет):

– 0 – 50 баллов (не зачтено),
– 51 – 100 баллов (зачтено).

2 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

1 курс

Вопросы к экзамену

1. Рациональные числа и их свойства. Свойства числовых неравенств.
2. Бесконечные десятичные дроби и их приближения. Взаимно однозначное соответствие между множеством всех рациональных чисел и множеством всех периодических десятичных дробей. Множество действительных чисел.
3. Свойства действительных чисел, связанные с неравенствами. Геометрическая интерпретация действительных чисел.
4. Границы числовых множеств. Определение точной верхней и нижней грани.

5. Теорема о существовании точной верхней (нижней) грани (без доказательства). Теорема об отделимости числовых множеств.
6. Сложение и вычитание (с доказательством), умножение и деление (без доказательства) действительных чисел. Доказать ассоциативность сложения.
7. Модуль действительного числа. Свойства модуля.
8. Метод математической индукции. Неравенство Бернулли.
9. Числовые последовательности. Определение предела последовательности. Геометрический смысл предела последовательности.
10. Единственность предела последовательности. Ограниченность сходящейся последовательности.
11. Свойства сходящихся последовательностей, связанные с неравенствами.
12. Бесконечно малые последовательности. Связь между произвольной сходящейся последовательностью и бесконечно малой. Свойства б.м.п.
13. Бесконечно большие последовательности. Геометрические интерпретации бесконечно большой последовательности.
14. Арифметические операции над сходящимися последовательностями.
15. Монотонная последовательность. Точные грани последовательности. Признак сходимости монотонной последовательности.
16. Число ***e***.
17. Теорема Кантора о вложенных отрезках.
18. Подпоследовательности. Частичные пределы. Существование частичного предела у ограниченной последовательности.
19. Фундаментальная последовательность. Критерий Коши сходимости последовательности.
20. Определение предела функции по Коши и по Гейне и их эквивалентность.
21. Свойства пределов функций, связанные с неравенствами и арифметическими операциями.
22. Локальные свойства функций, имеющих предел.
23. Свойства функций непрерывных в точке.
24. Степенная функция и ее непрерывность.
25. Показательная функция.
26. Неравенства для тригонометрических функций. Непрерывность тригонометрических функций. Первый замечательный предел.
27. Обратная функция и ее непрерывность. Обратные тригонометрические и логарифмическая функции.
28. Второй замечательный предел и его следствия.
29. Теорема об ограниченности непрерывной на отрезке функции.
30. Теорема о достижимости точных граней функцией непрерывной на отрезке.
31. Теорема о нулях функции непрерывной на отрезке.
32. Теорема о промежуточных значениях функции непрерывной на отрезке. Множество значений функции непрерывной на отрезке.
33. Определение производной. Геометрический смысл производной. Односторонние и бесконечные производные.
34. Уравнение касательной к графику функции.
35. Дифференциал функции. Геометрический смысл дифференциала.
36. Дифференцирование суммы, произведения, частного и обратной функции.
37. Производные основных элементарных функций.
38. Дифференцирование сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала.
39. Производные и дифференциалы высших порядков.
40. Дифференцирование параметрически заданных функций.
41. Локальный экстремум и теорема Ферма.

42. Теорема Роля о нулях производной.
43. Теорема Лагранжа. Некоторые следствия из теоремы Лагранжа.
44. Теорема Коши.
45. Формула Тейлора.
46. Правило Лопиталя.
47. Исследование функций с помощью производной. Возрастание и убывание функции.
48. Исследование функций с помощью производной. Экстремумы функции.
49. Исследование функций с помощью производной. Выпуклость функции.
50. Исследование функций с помощью производной. Точки перегиба.

Экзаменационный билет включает 2 теоретических вопроса (формируются из представленных вопросов к экзамену) и 2 практических задания (формируются из перечня заданий, представленных в разделе «Практико-ориентированные задания»).

Максимальное количество баллов за экзаменационное задание – 100 (50 баллов максимально за теоретические вопросы, 50 баллов максимально за решение двух практических заданий).

Критерии оценивания:

Критерии оценивания теоретического вопроса	Баллы
Изложенный материал фактически верен, наличие глубоких исчерпывающих знаний; правильные, уверенные действия по применению полученных знаний на практике, грамотное и логически стройное изложение материала при ответе	21-25
Наличие твердых и достаточно полных знаний, правильные действия по применению знаний на практике, четкое изложение материала, допускаются отдельные логические и стилистические погрешности, неуверенность и неточность ответов на дополнительные и наводящие вопросы	17-20
Неполный ответ на вопросы; затрудняется ответить на дополнительные вопросы	1-16
Ответ не связан с вопросами, наличие грубых ошибок в ответе, непонимание сущности излагаемого вопроса, неумение применять знания на практике, неуверенность и неточность ответов на дополнительные и наводящие вопросы	0
Максимальный балл за ответ на теоретический вопрос	25

Критерии оценивания практико-ориентированного задания	Баллы
Практико-ориентированные задания выполнены в полном объеме, в представленном решении обоснованно получены правильные ответы, проведен анализ, дана грамотная интерпретация полученных результатов, сделаны выводы; допускаются вычислительные ошибки на финальном этапе решения	40-50
Практико-ориентированные задания выполнены в полном объеме, но при анализе и интерпретации полученных результатов допущены незначительные ошибки, выводы – достаточно обоснованы, но неполны	29-39
Практико-ориентированные задания выполнены не в полном объеме, при анализе и интерпретации полученных результатов допущены ошибки, выводы – неполные или отсутствуют	1-28
Практико-ориентированные задания выполнены полностью неверно или отсутствует решение	0
Максимальный балл за решение двух практических заданий	50

Итоговая оценка формируется из суммы набранных баллов за выполнение экзаменационного билета (2 теоретических вопросов и 2 практических заданий) и соответствует шкале:

- 0 – 50 – неудовлетворительно
- 51 – 66 – удовлетворительно,
- 67 – 83 – хорошо,
- 84 – 100 – отлично.

Практико-ориентированные задания

Вопросы к опросу (коллоквиуму)

1. Рациональные числа и их свойства. Свойства числовых неравенств.
2. Бесконечные десятичные дроби и их приближения. Взаимно однозначное соответствие между множеством всех рациональных чисел и множеством всех периодических десятичных дробей. Множество действительных чисел.
3. Свойства действительных чисел, связанные с неравенствами. Геометрическая интерпретация действительных чисел. Операции над действительными числами, свойства операций.
4. Границы числовых множеств. Определение точной верхней и нижней грани. Теорема о существовании точной верхней (нижней) грани (без доказательства). Теорема об отделимости числовых множеств.
5. Числовые последовательности. Определение предела последовательности. Геометрический смысл предела последовательности. Единственность предела последовательности. Ограниченность сходящейся последовательности. Фундаментальная последовательность. Критерий Коши сходимости последовательности.
6. Свойства сходящихся последовательностей, связанные с неравенствами. Монотонная последовательность. Точные грани последовательности. Признак сходимости монотонной последовательности.
7. Бесконечно малые последовательности. Связь между произвольной сходящейся последовательностью и бесконечно малой. Свойства б.м.п.
8. Бесконечно большие последовательности. Геометрические интерпретации бесконечно большой последовательности.
9. Арифметические операции над сходящимися последовательностями.
10. Подпоследовательности. Частичные пределы. Существование частичного предела у ограниченной последовательности.
11. Определение предела функции по Коши и по Гейне и их эквивалентность.
12. Свойства пределов функций, связанные с неравенствами и арифметическими операциями.
13. Локальные свойства функций, имеющих предел.
14. Свойства функций непрерывных в точке. Непрерывность элементарных функций.
15. Второй замечательный предел и его следствия.
16. Теорема об ограниченности непрерывной на отрезке функции.
17. Теорема о достижимости точных граней функцией непрерывной на отрезке.
18. Теорема о нулях функции непрерывной на отрезке.
19. Теорема о промежуточных значениях функции непрерывной на отрезке. Множество значений функции непрерывной на отрезке.
20. Определение производной. Геометрический смысл производной. Односторонние и бесконечные производные.
21. Уравнение касательной к графику функции.
22. Дифференциал функции. Геометрический смысл дифференциала.
23. Дифференцирование суммы, произведения, частного и обратной функции.
24. Производные основных элементарных функций.

25. Дифференцирование сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала.
26. Производные и дифференциалы высших порядков.
27. Дифференцирование параметрически заданных функций.
28. Локальный экстремум и теорема Ферма.
29. Теорема Роля о нулях производной.
30. Теорема Лагранжа. Некоторые следствия из теоремы Лагранжа.
31. Теорема Коши.
32. Формула Тейлора.
33. Правило Лопиталя.
34. Исследование функций с помощью производной первого порядка.
35. Исследование функций с помощью производной второго порядка.

Критерии оценивания. Максимальное количество баллов по всем темам – 50:

Критерии оценивания выполнения ответа на отдельный вопрос	Баллы
Обучающийся ответил правильно	2
Обучающийся не ответил правильно	0 – 1
Максимальный балл за ответ на один вопрос	2

Индивидуальное домашнее задание

Часть 1. Предел и непрерывность функции одной переменной

Вариант 1

1. Доказать:

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2n-3}{n+1}\neq 3$; б) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n+1}{2^n}=1$;

в) $\lim\limits_{x\to 1}(2x^2-x+3)=4$; г) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3-5x}{x-2}=-5$

2. Вычислить:

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^3+7x^2-2}{6x^3-4x+3}$ б) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2+x-12}{\sqrt{x-2}-\sqrt{4-x}}$

в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-1}{x tg\, 2x}$ г) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+1}{x+3}\right)^{x+1}$

д) $\lim\limits_{x\to 1}(3-2x)^{\frac{x}{1-x}}$ е) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin mx}{\sin nx}$, $m,n\in Z$

3. Исследовать на непрерывность и построить графики:

а) $y=\dfrac{x+4}{x^2+9x+20}$;

б) $y=6^{\frac{1}{x-5}}$;

в) $y=\begin{cases}\cos x, & x\le 0\\ x^2+1, & 0<x<1\\ x, & x\ge 1\end{cases}$

4. Сравнить бесконечно малые величины:

а) $\alpha(x)=\dfrac{1-x}{1+x}$, $\beta(x)=1-\sqrt{x}$, $x\to 1$

б) $\alpha(x)=e^{arctg^2\sqrt{x}}-1$, $\beta(x)=x$, $x\to 0$

5. Вычислить, используя эквивалентность бесконечно малых величин:

$$\lim_{x\to 0}\frac{e^{\alpha x}-e^{\beta x}}{\sin\alpha x-\sin\beta x}$$

Вариант 2

1. Доказать:

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{3n^2-1}{4n^2+1}=\frac{3}{4}$;

б) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n-3}{2n+1}\neq 1$;

в) $\lim\limits_{x\to -1}(7-x^2-3x)=9$;

г) $\lim\limits_{x\to +\infty}\frac{5-x}{6x+4}=-\frac{1}{6}$

2. Вычислить:

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{3x^3-4x^2+1}{2x^5+3x^3-x}$

б) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{2x^2+x-3}{x^3+x-2}$

в) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{xtg3x}{\cos x-\cos^3 x}$

г) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x+4}{x+3}\right)^{2x}$

д) $\lim\limits_{x\to 2}(7-3x)^{\frac{x}{2x-4}}$

е) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{3}}\frac{\sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)}{1-2\cos x}$

3. Исследовать на непрерывность и построить графики:

а) $y=\frac{x-1}{x^2+x-2}$;

б) $y=7^{\frac{1}{x-1}}$;

в) $y=\begin{cases} x^2, & x\le 0\\ \sin x, & 0<x<\pi\\ 2, & x\ge\pi\end{cases}$

4. Сравнить бесконечно малые величины:

а) $\alpha(x)=e^{2x}-e^{x},\quad \beta(x)=(2x-\sin x),\quad x\to 1$

б) $\alpha(x)=tg^2 3x^2+\sin^3 x,\quad \beta(x)=x,\quad x\to 0$

5. Вычислить, используя эквивалентность бесконечно малых величин:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\ln\cos x}{x^2}$$

Вариант 3

1. Доказать:

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{7-n}{3+3n}=-\frac{1}{3}$;

б) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n}{2^n+1}\neq 1$;

в) $\lim\limits_{x\to 2}(2x-3x^2+4)=-4$;

г) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{2x-3}{x+2}=-\frac{1}{3}$

2. Вычислить:

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1+4x-x^4}{x+3x^2+2x^4}$

б) $\lim\limits_{x\to 3}\frac{\sqrt{x+12}-\sqrt{4-x}}{x^2+2x-8}$

в) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\cos x-\cos^3 x}{x\sin 2x}$

г) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{2x+3}{2x-3}\right)^{2x}$

д) $\lim\limits_{x\to+\infty}(2x+3)\left(\ln(x+2)-\ln x\right)$ е) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos\frac{x}{2}-\sin\frac{x}{2}}{\cos x}$

3. Исследовать на непрерывность и построить графики:

а) $y=\dfrac{1-4x}{x^2-4x-5}$;

б) $y=4^{\frac{1}{3-x}}$;

в) $y=\begin{cases}-\dfrac{x}{3}, & x\le 0\\ \sin x, & 0<x<\dfrac{\pi}{2}\\ x-\dfrac{\pi}{2}, & x\ge\dfrac{\pi}{2}\end{cases}$

4. Сравнить бесконечно малые величины:

а) $\alpha(x)=\ln\left(1+\sqrt{x\sin x}\right),\quad \beta(x)=x,\quad x\to 0$

б) $\alpha(x)=\sqrt{1+x+x^2}-1,\quad \beta(x)=x,\quad x=0$

5. Вычислить, используя эквивалентность бесконечно малых величин:

$\lim\limits_{x\to\infty}x\left(a^{\frac{1}{x}}-1\right)$

Вариант 4

1. Доказать:

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{3n+4}{2n+1}\ne 1$; б) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{5-2n^2}{n^2+1}=-2$;

в) $\lim\limits_{x\to-1}(5-x^2-2x)=6$; г) $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{3x-1}{7-x}=2$

2. Вычислить:

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4x^5+3x^2-1}{2x^2-3x+1}$ б) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^2-4x+4}{x^3-2x^2-x+2}$

в) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\cos 4x}{x\sin 3x}$ г) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2-1}{x^2+2}\right)^{\frac{x^2}{x-1}}$

д) $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{e^{ax}-e^{x^2}}{x-a}$ е) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\dfrac{\sqrt{2}\cos x-1}{1-tg^2x}$

3. Исследовать на непрерывность и построить графики:

а) $y=\dfrac{1+4x}{x^2-3x-10}$;

б) $y=6^{\frac{1}{x+4}}$;

в) $y=\begin{cases}\sqrt{1-x}, & x\le 0\\ tgx, & 0<x<\dfrac{\pi}{4}\\ 1, & x\ge\dfrac{\pi}{4}\end{cases}$

4. Сравнить бесконечно малые величины:

а) $\alpha(x)=e^x-\cos x,\quad \beta(x)=x,\quad x=0$

б) $\alpha(x)=1-\sqrt{1-2x^2},\quad \beta(x)=x,\quad x=0$

5. Вычислить, используя эквивалентность бесконечно малых величин:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt[3]{x^3+2x^4}}{\ln(1+2x)}$$

Вариант 5

1. Доказать:

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{4n-3}{n+1}=4$;

б) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{5+2n}{n-1}\ne 1$;

в) $\lim\limits_{x\to -1}(2x^2-3x+1)=6$;

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{4+3\sqrt{x}}{\sqrt{x}-5}=3$

2. Вычислить:

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4x^2-5x^4+3}{x^6-x^3+2}$

б) $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{\sqrt{x+10}-\sqrt{4-x}}{2x^2-x-21}$

в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos x-\cos^5 x}{x^2}$

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}(2x+3)\left(\ln(x+2)-\ln(x+3)\right)$

д) $\lim\limits_{x\to 1}(2-x)^{\frac{2}{1-x}}$

е) $\lim\limits_{x\to\pi}\dfrac{\sin 3x}{tg 5x}$

3. Исследовать на непрерывность и построить графики:

а) $y=\dfrac{x+1}{x^2-2x-3}$;

б) $y=6^{\frac{1}{4-x}}$;

в) $y=\begin{cases}2x^2, & x\le 0\\ \cos x, & 0<x\le\dfrac{\pi}{2}\\ x-\dfrac{\pi}{2}, & x>\dfrac{\pi}{2}\end{cases}$

4. Сравнить бесконечно малые величины:

а) $\alpha(x)=2^{\sin\alpha x}-1,\quad \beta(x)=tg3x,\quad x=0$

б) $\alpha(x)=\left(e^{\sqrt{x}}-1\right)^2,\quad \beta(x)=x,\quad x=0$

5. Вычислить, используя эквивалентность бесконечно малых величин:

$$\lim_{x\to 0}\frac{3^x-1}{tg^2 2x}$$

Вариант 6

1. Доказать:

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{-5n+1}{1+2n}=-\dfrac{5}{2}$; б) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{7-3n^2}{n^2}\neq 2$; в) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{5-6x^2}{x+3}=-\dfrac{1}{2}$;

г) $\lim\limits_{x\to 1}\left(5+2x^2-x\right)=6$

2. Вычислить:

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^6-3x^2-2}{2x^6+4x+5}$ б) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{2x+1}-3}$

в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos mx-\cos nx}{x^2}$ г) $\lim\limits_{x\to\infty}2^x\sin\dfrac{4}{2^x}$

д) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2-1}{x^2+1}\right)^{x^4}$ е) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{\alpha x}-e^{\beta x}}{\sin\alpha x-\sin\beta x}$

3. Исследовать на непрерывность и построить графики:

а) $y=\dfrac{1+5x}{x^2-8x+15}$;

б) $y=8^{\frac{1}{4-x}}$;

в) $y=\begin{cases} x+1, & x\le 0\\ x^2, & 0<x<2\\ 2, & x=2\\ \dfrac{1}{2}x+3, & x>2\end{cases}$

4. Сравнить бесконечно малые величины:

а) $\alpha(x)=\ln\left(3-2\cos x\right),\quad \beta(x)=x^2,\quad x=0$

б) $\alpha(x)=3\left(\sqrt[3]{1+x}-1\right),\quad \beta(x)=x,\quad x=0$

5. Вычислить, используя эквивалентность бесконечно малых величин:

$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln\left(1+3xtgx\right)}{tgx^2}$

Вариант 7

1. Доказать:

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{4n^2+3}=\dfrac{1}{4}$; б) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{5n+2}{2n-3}\neq 2$;

в) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{7x-x^2}{2x+3}=\dfrac{10}{7}$; г) $\lim\limits_{x\to -1}\left(3x^2-2x+1\right)=6$

2. Вычислить:

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^3-4x+2}{6x^2+2x-4}$ б) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{\sqrt{2-x}-\sqrt{x+6}}{x^2-x-6}$

в) $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{\cos x-\cos a}{x-a}$ г) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{\cos x}-1}{x^2}$

д) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x+3}{2x+1}\right)^{x+1}$ е) $\lim\limits_{x\to 2}\left(3x-5\right)^{\frac{x^2}{x-2}}$

3. Исследовать на непрерывность и построить графики:

а) $y=\dfrac{x-2}{x^2+x-6}$;

б) $y=2^{\frac{1}{x+5}}$;

в) $y=\begin{cases} x^2+1, & x<0 \\ 1, & 0\le x\le 2 \\ x-2, & x>2 \end{cases}$

4. Сравнить бесконечно малые величины:

а) $\alpha(x)=e^{5\sin 2x}, \quad \beta(x)=tg^2 x, \quad x\to 0$

б) $\alpha(x)=x\ln\left(1+2\sqrt{x}\right), \quad \beta(x)=x, \quad x=0$

5. Вычислить, используя эквивалентность бесконечно малых величин:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1-2x}-1}{tg^2 2x}$$

Вариант 8

1. Доказать:

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2}{3}\right)^n=0$;

б) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2n+1}{5n+3}\neq 1$;

в) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{7x^2-3}{5-x}=30$;

г) $\lim\limits_{x\to 2}\left(8x^2-3x+4\right)=30$

2. Вычислить:

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{8x^2-4x^4+3}{2x^4-x-1}$

б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+tgx}-\sqrt{1-tgx}}{\sin x}$

в) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{1-x^2}{\sin \pi x}$

г) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{5^{6x}-1}{tg 7x}$

д) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{5x+3}{3-2x}\right)^{\frac{1}{x^2}}$

е) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^4+2x^2-3}{x^2-3x+2}$

3. Исследовать на непрерывность и построить графики:

а) $y=\dfrac{1}{x^2-x-12}$;

б) $y=9^{\frac{1}{x-2}}$;

в) $y=\begin{cases} x+1, & x<0 \\ 2, & x=2 \\ x^2+1, & 0<x<1 \\ 1, & x\ge 1 \end{cases}$

4. Сравнить бесконечно малые величины:

а) $\alpha(x)=\cos 4x-\cos 2x, \quad \beta(x)=\sin^2 5x, \quad x=0$

б) $\alpha(x)=\ln\left(1+\sqrt{x\sin x}\right), \quad \beta(x)=x, \quad x=0$

5. Вычислить, используя эквивалентность бесконечно малых величин:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\ln\cos\alpha x}{\ln\cos\beta x}$$

Вариант 9

1. Доказать:

а) $\lim\limits_{n\to-\infty}\left(\frac{3}{8}\right)^{x}=+\infty$; б) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2+5n}{3n-4}\neq 2$;

в) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{5-3n^2}{2+n^2}=-3$; г) $\lim\limits_{x\to 2}\frac{2+x-3x^2}{2x-1}=-\frac{8}{3}$

2. Вычислить:

а) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{3x+\sqrt{x^3+1}}{\sqrt[3]{x^2+1}+2x}$ б) $\lim\limits_{x\to -2}\frac{\sqrt{2-x}-\sqrt{x+6}}{x^2-x-6}$

в) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin(1+x)+\sin(1-x)}{x}$ г) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{arctg\,5x^2}{1-\cos x}$

д) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{2x+3}{2x+1}\right)^{x+1}$ е) $\lim\limits_{x\to\infty}(2x-7)(\ln(x+4)-\ln x)$

3. Исследовать на непрерывность и построить графики:

а) $y=\frac{x-5}{x^2-8x+15}$;

б) $y=e^{\frac{1}{x-3}}$;

в) $y=\begin{cases}\frac{1}{5}(2x^2+3), & -\infty\leq x\leq 1\\ 6-5x, & 1<x<3\\ x-3, & x\geq 3\end{cases}$

4. Сравнить бесконечно малые величины:

а) $\alpha(x)=x^3+27,\quad \beta(x)=x^3+3x^2+2x+6,\quad x=-3$

б) $\alpha(x)=\ln\left(1+\sqrt{x\sin 2x}\right),\quad \beta(x)=2x,\quad x=0$

5. Вычислить, используя эквивалентность бесконечно малых величин:

$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln^2(1+\sin 2x)}{tg^2\sqrt{3x}\cdot\cos^2 x}$

Вариант 10

1. Доказать:

а) $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{5}{4}\right)^{x}=+\infty$; б) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{3n+7}{5-n}\neq -2$;

в) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{11-n^2}{5n^2+1}=-\frac{1}{5}$; г) $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x-7}{4x+1}=-\frac{5}{9}$

2. Вычислить:

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x+\sqrt{4x+1}}{\sqrt{x+2}+\sqrt{4x^2+7}}$ б) $\lim\limits_{x\to 5}\frac{\sqrt{x-1}-2}{\sqrt{2x-1}-3}$

в) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{tgx-\sin x}{x(1-\cos 2x)}$ г) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^{tgx}-1}{\sin 2x}$

д) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{arctg\,5x}{3x}$ е) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{3}{x}(\ln(x+2)-\ln(3x+2))$

3. Исследовать на непрерывность и построить графики:

а) $y = \dfrac{x-4}{x^2-x-12}$;

б) $y = 2^{\frac{1}{4-x}}$;

в) $y = \begin{cases} 3x+1, & x \le 0 \\ x^2+1, & 0 < x \le 1 \\ 3, & x > 1 \end{cases}$

4. Сравнить бесконечно малые величины:

а) $\alpha(x) = e^{\sin 2x} - 1, \quad \beta(x) = tgx, \quad x = 0$

б) $\alpha(x) = x - 8, \quad \beta(x) = \sqrt[3]{x} - 2, \quad x = 2$

5. Вычислить, используя эквивалентность бесконечно малых величин:

$$\lim_{x \to 0} \frac{\ln(1+5x)\sin 25x}{arctg^3 x}$$

Критерии оценивания индивидуальных заданий (Часть 1).

Максимальное количество баллов за отдельный вариант индивидуальной работы – 25.

Для заданий:

Критерий оценивания	Баллы за задание	
	1 (а – г), 3 (б, в) 4 (а, б), 5	2 (а – е), 3а
Задание выполнено в полном объеме, допускаются вычислительные ошибки на финальном этапе решения	2	1
Задание выполнено с ошибочными промежуточными выводами и расчетами (неправильно определен тип уравнения и/или применен несоответствующий алгоритм; вычислительные промежуточные ошибки, приводящие к неправильным выводам)	0 – 1	0
Задание выполнено полностью неверно или отсутствует решение	0	0
Максимальный балл за одно индивидуальное задание	2	1

Индивидуальное домашнее задание

Часть 2. Дифференцирование функции одной переменной

Вариант 1

1. Вычислить по определению производной функций.

а) $y = \cos(2-7x)$,

б) $y = 3 - x^2$ в точке $x_0 = 1$

в) $y = \sqrt[3]{x-2}$ в точке $x_0 = 2$

2. Пользуясь общими правилами дифференцирования, найти производные данных функций:

а) $y = \dfrac{2x-1}{x^2-x+1}$

б) $y = \ln\left(x \sin x \sqrt{1-x^2}\right)$

в) $y = x^{\sqrt{x}}$

г) $y = e^{x}\sqrt{1-e^{2x}} - \arcsin e^{x}$

3. Найти вторую производную для каждой из указанных функций.

а) $y = \dfrac{x-1}{x+1}e^{-x}$,

б) $x\sin y - y\cos x = 0$,

в) $\begin{cases} x = t + \ln\cos t \\ y = t - \ln\sin t \end{cases}$,

4. Написать уравнение касательной и нормали к кривой, заданными в пункте б) и в) предыдущей задачи, в указанных точках:

Для б) – точка $x = 0$

Для в) – точка $t = \dfrac{\pi}{4}$

5. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на указанных отрезках:

$y = \dfrac{x+6}{x^2+16}$ на $[-5;5]$

6. Вычислить пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{chx - \cos x}{x^2}$,

б) $\lim\limits_{x\to 1^-}\ln x\ln(1-x)$,

в) $\lim\limits_{x\to\infty}\left[\sqrt[3]{(a+x)(b+x)(c+x)} - x\right]$,

г) $\lim\limits_{x\to 1}\left(tg\,\dfrac{\pi x}{4}\right)^{tg\frac{\pi x}{2}}$.

7. Исследовать функции и построить графики.

$y = \dfrac{x^2(x-1)}{(x+1)^2}$

Вариант 2

1. Вычислить по определению производной функций.

а) $y = e^{5-6x}$,

б) $y = 3 - x^2$ в точке $x_0 = 2$

в) $y = |\ln x|$ в точке $x_0 = 1$

2. Пользуясь общими правилами дифференцирования, найти производные данных функций:

а) $y = \dfrac{(2-x^2)(3-x^3)}{(1-x^2)}$

б) $y = \ln[\ln(\ln x)]$

в) $y = x^{\sin x}$

г) $y = \dfrac{2}{\sqrt{a^2-b^2}}arctg\left(\sqrt{\dfrac{a-b}{a+b}}tg\,\dfrac{x}{2}\right)$

3. Найти вторую производную для каждой из указанных функций.

а) $y = arctgx^2$,

б) $e^{xy} - x^2 - y^2 = 0$,

в) $\begin{cases} x = 2t - \sin 2t \\ y = \sin^3 t \end{cases}$,

4. Написать уравнение касательной и нормали к кривой, заданными в пункте б) и в) предыдущей задачи, в указанных точках:

Для б) – точка $x = 0$

Для в) – точка $t = \pi$

5. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на указанных отрезках:

$y = \frac{1}{2}x + \cos x$ на $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$

6. Вычислить пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{tgx - x}{x - \sin x}$,

б) $\lim\limits_{x \to 0} (xctg\,\pi x)$,

в) $\lim\limits_{x \to 0} \left[\frac{\ln(x+1)^{x+1}}{x^2} - \frac{1}{x}\right]$,

г) $\lim\limits_{x \to 0^+} x^{x^x}$.

7. Исследовать функции и построить графики.

$y = \frac{x^4 + 1}{x^3 - x}$

Вариант 3

1. Вычислить по определению производной функций.

а) $y = tg(46 - 5x)$,

б) $y = x^2 - 2x + 5$ в точке $x_0 = -1$

в) $y = |\sin x|$ в точке $x_0 = 0$

2. Пользуясь общими правилами дифференцирования, найти производные данных функций:

а) $y = \frac{\sqrt{1 - \sqrt{x}}}{\sqrt{1 + \sqrt{x}}}$

б) $y = \frac{1}{4}\ln\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$

в) $y = 5^{arctg\sqrt{x}}\left(\sqrt[3]{4x^2} + 1\right)^2$

г) $y = \sqrt[x]{(x+1)^2}$

3. Найти вторую производную для каждой из указанных функций.

а) $y = x^2 \ln x$,

б) $y\sin x + \cos(x - y) = \cos y$,

в) $\begin{cases} x = t + \frac{1}{2}\sin 2t \\ y = \cos^3 t \end{cases}$,

4. Написать уравнение касательной и нормали к кривой, заданными в пункте б) и в) предыдущей задачи, в указанных точках:

Для б) – точка $y = 0$

Для в) – точка $t = \pi$

5. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на указанных отрезках:

$y = \dfrac{x-3}{x^2+16}$ на $[-5;5]$

6. Вычислить пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{3tg\,4x - 12tgx}{3\sin 4x - 12\sin x}$,

б) $\lim\limits_{x \to 0} (\arcsin x ctgx)$,

в) $\lim\limits_{x \to 1} \left[\dfrac{x}{x-1} - \dfrac{1}{\ln x} \right]$,

г) $\lim\limits_{x \to 0^+} (-\ln x)^x$.

7. Исследовать функции и построить графики.

$y = \sqrt{x^3 - x}$

Вариант 4

1. Вычислить по определению производной функций.

а) $y = 2^{4x-3}$,

б) $y = \sin(5+3x)$ в точке $x_0 = 0$

в) $y = \sqrt[3]{x+1}$ в точке $x_0 = -1$

2. Пользуясь общими правилами дифференцирования, найти производные данных функций:

а) $y = \dfrac{1}{4\sqrt{2}} \ln \dfrac{x^2 + x\sqrt{2} + 1}{x^2 - x\sqrt{2} + 1} - \dfrac{1}{2\sqrt{2}} arcctg \dfrac{x\sqrt{2}}{1-x^2}$

б) $y = \ln tg \dfrac{x}{2} - \cos x \ln tgx$

в) $y = \dfrac{1 + x arctgx}{\sqrt{1+x^2}}$

г) $y = e^{ch^2 x}$

3. Найти вторую производную для каждой из указанных функций.

а) $y = \dfrac{\sqrt{1-x^2}}{x}$,

б) $\cos(x-y) + 4y = 0$,

в) $\begin{cases} x = t^5 + 2t \\ y = t^3 + 8t - 1 \end{cases}$,

4. Написать уравнение касательной и нормали к кривой, заданными в пункте б) и в) предыдущей задачи, в указанных точках:

Для б) – точка $y = 0$

Для в) – точка $t = -1$

5. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на указанных отрезках:

$y = \dfrac{1}{2}x - \sin x$ на $\left[\dfrac{3}{2}\pi; 2\pi \right]$

6. Вычислить пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{xctgx - 1}{x^2}$,

б) $\lim\limits_{x \to 0} (1 - \cos x) ctgx$, в) $\lim\limits_{x\to 0}\left[ctgx-\dfrac{1}{x}\right]$,

г) $\lim\limits_{x\to 0}(\cos ax)^{\sin^{-2}bx}$.

7. Исследовать функции и построить графики.

$$y=\frac{(x+1)^3}{(x-1)^2}$$

Вариант 5

1. Вычислить по определению производной функций.

а) $y=\ln(7+2x)$,

б) $y=5x^2-2x$ в точке $x_0=2$

в) $y=3|x|+1$ в точке $x_0=0$

2. Пользуясь общими правилами дифференцирования, найти производные данных функций:

а) $y=(\ln x)^x$

б) $y=arctg\sqrt{\dfrac{1-\cos x}{1+\cos x}}$, $(0\le x\le\pi)$

в) $y=\dfrac{x(1+x^2)}{\sqrt{1-x^2}}$

г) $y=e^x\ln\sin x$

3. Найти вторую производную для каждой из указанных функций.

а) $y=\ln ctg 4x$,

б) $xe^y+ye^x=xy$,

в) $\begin{cases} x=\dfrac{1}{3}t^3+\dfrac{1}{2}t^2+t \\ y=\dfrac{1}{2}t^2+\dfrac{1}{t}\end{cases}$,

4. Написать уравнение касательной и нормали к кривой, заданными в пункте б) и в) предыдущей задачи, в указанных точках:

Для б) – точка $x=0$

Для в) – точка $t=1$

5. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на указанных отрезках:

$y=\dfrac{x+3}{x^2+7}$ на $[-3;7]$

6. Вычислить пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\dfrac{\sqrt[3]{tgx}-1}{3\sin^2 x-1}$,

б) $\lim\limits_{x\to\infty}[(\pi-2arctgx)\ln x]$,

в) $\lim\limits_{x\to 0}\left[\dfrac{1}{x^2}-ctg^2x\right]$,

г) $\lim\limits_{x\to a}\left(2-\dfrac{x}{a}\right)^{tg\frac{\pi x}{2a}}$.

7. Исследовать функции и построить графики.

$$y=\frac{10\sqrt[3]{(x-1)^2}}{x^2+9}$$

Вариант 6

1. Вычислить по определению производной функций.

а) $y=\left(\frac{2}{3}\right)^{7-3x}$,

б) $y=\cos(3x+2)$ в точке $x_0=0$

в) $y=\sqrt[5]{x^3}$ в точке $x_0=0$

2. Пользуясь общими правилами дифференцирования, найти производные данных функций:

а) $y=\frac{\sqrt[5]{(x-1)^2}}{\sqrt[4]{(x-2)^3}\sqrt[3]{(x-3)^7}}$

б) $y=\sqrt{a^2+x^2}-a\ln\frac{a+\sqrt{a^2+x^2}}{x}$,

в) $y=x^{\frac{1}{x}}$

г) $y=\arcsin\sqrt{\sin x}$

3. Найти вторую производную для каждой из указанных функций.

а) $y=\sqrt[3]{(1-x^2)}$,

б) $\cos(x+y)=\frac{x}{y}$,

в) $\begin{cases} x=\arcsin(t^2-1) \\ y=\arccos 2t \end{cases}$,

4. Написать уравнение касательной и нормали к кривой, заданными в пункте б) и в) предыдущей задачи, в указанных точках:

Для б) – точка $y=0$

Для в) – точка $t=0$

5. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на указанных отрезках:

$y=\frac{x-5}{x^2+11}$ на $[-3;7]$

6. Вычислить пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos x^2}{x^2\sin x^2}$, б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left[x\left(e^{\frac{1}{x}}-1\right)\right]$,

в) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\left[tgx-\frac{1}{1-\sin x}\right]$, г) $\lim\limits_{\varphi\to 0}\left(\frac{\sin\varphi}{\varphi}\right)^{\frac{1}{\varphi^2}}$.

7. Исследовать функции и построить графики.

$$y=\frac{x^3}{3x^2-6}$$

Вариант 7

1. Вычислить по определению производной функций.

а) $y=ctg(43+7x)$,

б) $y=5^{2x+3}$ в точке $x_0=-1$

в) $y = |\cos x|$ в точке $x_0 = \dfrac{\pi}{2}$

2. Пользуясь общими правилами дифференцирования, найти производные данных функций:

а) $y = \dfrac{(x+1)^2}{(x+2)^3(x+3)^4}$

б) $y = e^{x^x}$

в) $y = arctg\,\dfrac{4\sin x}{3+5\cos x}$

г) $y = \ln\left(\dfrac{1+x}{1-x}\right)^{\frac{1}{4}} - \dfrac{1}{2}arctgx$

3. Найти вторую производную для каждой из указанных функций.

а) $y = \cos^2 x$,

б) $xy + \ln y - 2x = 0$,

в) $\begin{cases} x = t^2 + t + 1 \\ y = t^3 + t \end{cases}$,

4. Написать уравнение касательной и нормали к кривой, заданными в пункте б) и в) предыдущей задачи, в указанных точках:

Для б) – точка $x = 0$

Для в) – точка $t = 0$

5. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на указанных отрезках:

$y = \dfrac{x-1}{x+1}$ на $[0;4]$

6. Вычислить пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x(e^x+1)-2(e^x-2)}{x^3}$, б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left[x\sin x\dfrac{a}{x}\right]$,

в) $\lim\limits_{x\to 1}\left[\dfrac{p}{1-x^p}-\dfrac{q}{1-x^q}\right]$, г) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x^2}\right)^x$.

7. Исследовать функции и построить графики.

$y = \sqrt[3]{(x+4)^2} - \sqrt[3]{(x-3)^2}$

Вариант 8

1. Вычислить по определению производной функций.

а) $y = \sin(5-3x)$,

б) $y = 2x^2 + 3x + 3$ в точке $x_0 = 1$

в) $y = |\ln(x-3)|$ в точке $x_0 = 4$

2. Пользуясь общими правилами дифференцирования, найти производные данных функций:

а) $y = \ln\dfrac{1+x\sqrt{2}+x^2}{1-x\sqrt{2}+x^2} + 2arctg\,\dfrac{x\sqrt{2}}{1-x^2}$

б) $y = x^{\arcsin x}$

в) $y = \sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}$

г) $y=\sqrt[3]{\dfrac{x\left(x^2+1\right)}{(x-1)^2}}$

3. Найти вторую производную для каждой из указанных функций.

а) $y=xe^{\frac{1}{x}}$,

б) $ye^y=\sin(x+y)$,

в) $\begin{cases} x=ctgt \\ y=\dfrac{1}{\cos^2 t} \end{cases}$,

4. Написать уравнение касательной и нормали к кривой, заданными в пункте б) и в) предыдущей задачи, в указанных точках:

Для б) – точка $y=0$

Для в) – точка $t=\dfrac{\pi}{4}$

5. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на указанных отрезках:

$y=\dfrac{\sqrt{3}}{2}x+\cos x$ на $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$

6. Вычислить пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin 2x-2\arcsin x}{x^3}$, б) $\lim\limits_{x\to 0}\left[x^2e^{\frac{1}{x^2}}\right]$,

в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\left(\dfrac{1}{thx}-\dfrac{1}{tgx}\right)$, г) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}(\cos x)^{\frac{\pi}{2}-x}$.

7. Исследовать функции и построить графики.

$y=\left(\dfrac{1+x}{1-x}\right)^4$

Вариант 9

1. Вычислить по определению производной функций.

а) $y=\sqrt{5-4x}$,

б) $y=\cos(2-3x)$ в точке $x_0=0$

в) $y=|x+3|$ в точке $x_0=-3$

2. Пользуясь общими правилами дифференцирования, найти производные данных функций:

а) $y=\left(\dfrac{x}{n}\right)^{nx}$

б) $y=\dfrac{x^2\sqrt{x+1}}{(x-1)^3\sqrt[5]{5x-1}}$

в) $y=xe^x(\sin x-\cos x)+e^x\cos x$

г) $y=\dfrac{2^x(x+1)^3}{(x-1)^2\sqrt{2x+1}}$

3. Найти вторую производную для каждой из указанных функций.

а) $y=xe^{-x}$,

б) $(x+y)^2-(x-2y)^3=0$,

в) $\begin{cases} x = \dfrac{2-t}{2+t^2} \\ y = \dfrac{t^2}{2+t^2} \end{cases}$,

4. Написать уравнение касательной и нормали к кривой, заданными в пункте б) и в) предыдущей задачи, в указанных точках:

Для б) – точка $y = 0$

Для в) – точка $t = 0$

5. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на указанных отрезках:

$y = \dfrac{x-4}{x^2+9}$ на $[-4;6]$

6. Вычислить пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{a^x - a^{\sin x}}{x^3}$, б) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{1}{\cos\dfrac{\pi x}{2}\ln(1-x)}$,

в) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{e^x - 1}\right)$, г) $\lim\limits_{x\to 1}(x)^{\frac{1}{1-x}}$.

7. Исследовать функции и построить графики.

$y = x^{\frac{2}{3}}(x-5)$

Вариант 10

1. Вычислить по определению производной функций.

а) $y = 7^{3-4x}$,

б) $y = 5x - x^2$ в точке $x_0 = -1$

в) $y = |tgx|$ в точке $x_0 = 0$

2. Пользуясь общими правилами дифференцирования, найти производные данных функций:

а) $y = \ln\dfrac{x\ln x - 1}{x\ln x + 1}$

б) $y = e^x - \sin e^x \cdot \cos^3 e^x - \sin^3 e^x \cos e^x$

в) $y = \dfrac{x^x}{e^x}$

г) $y = m\sqrt{-x^2 + 2\alpha x + \beta} + (m\alpha + n)\arcsin\dfrac{a-\alpha}{\sqrt{\alpha+\beta}}$

3. Найти вторую производную для каждой из указанных функций.

а) $y = \ln\ln x$,

б) $x\ln y = x + y$,

в) $\begin{cases} x = 2\cos^3 2t \\ y = \sin^3 2t \end{cases}$,

4. Написать уравнение касательной и нормали к кривой, заданными в пункте б) и в) предыдущей задачи, в указанных точках:

Для б) – точка $y = 1$

Для в) – точка $t = \dfrac{\pi}{2}$

5. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на указанных отрезках:

$y = arctg\dfrac{1-x}{1+x}$ на $[0;1]$

6. Вычислить пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos(\sin x)-\cos x}{x^4}$, б) $\lim\limits_{\varphi\to a}\left[\left(a^2-\varphi^2\right)tg\dfrac{\pi\varphi}{2a}\right]$,

в) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{\ln\left[x+\sqrt{1+x^2}\right]}-\dfrac{1}{\ln[1+x]}\right)$, г) $\lim\limits_{t\to\infty}\sqrt[t]{t^2}$.

7. Исследовать функции и построить графики.

$y = \dfrac{2x^2}{2x-1}$

Критерии оценивания индивидуальных заданий (Часть 2).

Максимальное количество баллов за отдельный вариант индивидуальной работы – 25.

Для заданий:

Критерий оценивания	Баллы за задание		
	1 (а – в)	2 (а – г), 3 (а – в), 4 (а, б), 5, 6 (а – г)	7
Задание выполнено в полном объеме, допускаются вычислительные ошибки на финальном этапе решения	2	1	5
Задание выполнено с ошибочными промежуточными выводами и расчетами (неправильно определен тип уравнения и/или применен несоответствующий алгоритм; вычислительные промежуточные ошибки, приводящие к неправильным выводам)	0 – 1	0	1 – 4
Задание выполнено полностью неверно или отсутствует решение	0	0	0
Максимальный балл за одно индивидуальное задание	2	1	5

2 курс (1)

Вопросы к зачету

1. Понятие первообразной и неопределенного интеграла. Свойства неопределенного интеграла. Таблица основных интегралов.
2. Метод подведения под дифференциал.
3. Метод интегрирования по частям.
4. Замена переменной в неопределенном интеграле.
5. Интегралы, содержащие квадратный трехчлен.
6. Интегрирование рациональных дробей.
7. Интегрирование иррациональных выражений.
8. Интегрирование дифференциального бинома. Подстановки Чебышева.
9. Интегрирование тригонометрических выражений.
10. Тригонометрические замены в неопределенном интеграле.
11. Определение определенного интеграла. Необходимое условие интегрируемости функции.
12. Суммы Дарбу и их свойства.

13. Критерий интегрируемости функций. Классы интегрируемых функций.
14. Свойства определенного интеграла.
15. Оценки определенных интегралов. Интегральная теорема о среднем.
16. Интеграл с переменным верхним пределом.
17. Формула Ньютона – Лейбница.
18. Замена переменного в определенном интеграле. Интегрирование по частям.
19. Понятие квадрируемой фигуры. Площадь криволинейной трапеции.
20. Вычисление площади плоской фигуры.
21. Площадь криволинейного сектора.
22. Понятие кубируемого тела. Цилиндрическое тело и его объем.
23. Объем тела вращения.
24. Вычисление длины дуги кривой.
25. Вычисление длины дуги кривой, заданной параметрически.
26. Вычисление длины дуги кривой в полярной системе координат.
28. Несобственные интегралы. Несобственные интегралы от неотрицательных функций. Признаки сравнения.

Зачетное задание (билет) включает 2 теоретических вопроса (формируются из представленных вопросов к экзамену) и 2 практических задания (формируются из перечня заданий, представленных в разделе «Практико-ориентированные задания»).

Максимальное количество баллов за зачетное задание – 100 (50 баллов максимально за теоретические вопросы, 50 баллов максимально за решение двух практических заданий).

Критерии оценивания:

Критерии оценивания теоретического вопроса	Баллы
Изложенный материал фактически верен, наличие глубоких исчерпывающих знаний; правильные, уверенные действия по применению полученных знаний на практике, грамотное и логически стройное изложение материала при ответе	21-25
Наличие твердых и достаточно полных знаний, правильные действия по применению знаний на практике, четкое изложение материала, допускаются отдельные логические и стилистические погрешности, неуверенность и неточность ответов на дополнительные и наводящие вопросы	17-20
Неполный ответ на вопросы; затрудняется ответить на дополнительные вопросы	1-16
Ответ не связан с вопросами, наличие грубых ошибок в ответе, непонимание сущности излагаемого вопроса, неумение применять знания на практике, неуверенность и неточность ответов на дополнительные и наводящие вопросы	0
Максимальный балл за ответ на теоретический вопрос	25

Критерии оценивания практико-ориентированного задания	Баллы
Практико-ориентированные задания выполнены в полном объеме, в представленном решении обоснованно получены правильные ответы, проведен анализ, дана грамотная интерпретация полученных результатов, сделаны выводы; допускаются вычислительные ошибки на финальном этапе решения	40-50
Практико-ориентированные задания выполнены в полном объеме, но при анализе и интерпретации полученных результатов допущены незначительные ошибки, выводы – достаточно обоснованы, но неполны	29-39
Практико-ориентированные задания выполнены не в полном объеме, при	1-28

анализе и интерпретации полученных результатов допущены ошибки, выводы – неполные или отсутствуют	
Практико-ориентированные задания выполнены полностью неверно или отсутствует решение	0
Максимальный балл за решение двух практических заданий	50

Итоговая оценка формируется из суммы набранных баллов за выполнение зачетного задания (2 теоретических вопросов и 2 практических заданий) и соответствует шкале:

- 0 – 50 баллов (незачтено),
- 51 – 100 баллов (зачтено).

Практико-ориентированные задания

Вопросы к опросу (коллоквиуму)

1. Понятие первообразной и неопределенного интеграла. Свойства неопределенного интеграла. Таблица основных интегралов.
2. Метод подведения под дифференциал.
3. Метод интегрирования по частям.
4. Замена переменной в неопределенном интеграле.
5. Интегралы, содержащие квадратный трехчлен.
6. Интегрирование рациональных дробей.
7. Интегрирование иррациональных выражений.
8. Интегрирование дифференциального бинома. Подстановки Чебышева.
9. Интегрирование тригонометрических выражений.
10. Тригонометрические замены в неопределенном интеграле.
11. Определение определенного интеграла. Необходимое условие интегрируемости функции.
12. Суммы Дарбу и их свойства.
13. Критерий интегрируемости функций. Классы интегрируемых функций.
14. Свойства определенного интеграла.
15. Оценки определенных интегралов. Интегральная теорема о среднем.
16. Интеграл с переменным верхним пределом.
17. Формула Ньютона – Лейбница.
18. Замена переменного в определенном интеграле. Интегрирование по частям.
19. Понятие квадрируемой фигуры. Площадь криволинейной трапеции.
20. Вычисление площади плоской фигуры.
21. Площадь криволинейного сектора.
22. Понятие кубируемого тела. Цилиндрическое тело и его объем.
23. Объем тела вращения.
24. Вычисление длины дуги кривой.
25. Вычисление длины дуги кривой, заданной параметрически.
26. Вычисление длины дуги кривой в полярной системе координат.
28. Несобственные интегралы. Несобственные интегралы от неотрицательных функций. Признаки сравнения.

Критерии оценивания. Максимальное количество баллов по всем темам – 50:

Критерии оценивания выполнения ответа на отдельный вопрос	Баллы
Обучающийся ответил правильно	2
Обучающийся не ответил правильно	0-1
Максимальный балл за ответ на один вопрос	2

Индивидуальное домашнее задание

Часть 1. Неопределенный интеграл

Вариант 1

Вычислить интегралы:

1. $\int \frac{x\arcsin 2x}{\sqrt{1-4x^2}}dx$
2. $\int \frac{x\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-1}dx$
3. $\int \frac{3x+5}{x^2-3x+2}dx$
4. $\int \sin 3x\cos 5x dx$
5. $\int \frac{\ln^3 x+4\ln x+7}{x(\ln^2 x+4)}dx$
6. $\int \frac{1}{X}ctg^5(2-3\ln x)dx$
7. $\int \frac{tgx+1}{5\cos^2 x+12\sin x\cos x+3\sin^2 x}dx$
8. $\int \frac{xdx}{\sqrt{27+12x-4x^2}}$
9. $\int \frac{(2x-3)^{\frac{1}{2}}}{(2x-3)^{\frac{1}{3}}+1}dx$
10. $\int \sin x\cos(2x-7)\cos(5x+3)\,dx$
11. $\int \frac{x}{\sqrt{x^2+2x+16}}dx$
12. $\int \frac{dx}{2\cos X-\sin X-1}$
13. $\int \frac{\sqrt{x^2-7}}{x^2}dx$
14. $\int \ln(x+1+x^2)dx$
15. $\int \frac{\sqrt{x+3}-\sqrt{x-3}}{\sqrt{x+3}+\sqrt{x-3}}dx$
16. $\int \sin^2 x\cos^3 x dx$
17. $\int \frac{x^4}{1+x^3}dx$
18. $\int \frac{dx}{\cos^3 x}$
19. $\int \frac{dx}{(x^2+5)\sqrt{3-x^2}}$
20. $\int \frac{\ln x dx}{(1-x)^2}$

Вариант 2

Вычислить интегралы:

1. $\int x^2\ln(x+a)dx$
2. $\int \frac{xdx}{\sqrt{x^2-4x-17}}$
3. $\int \frac{dx}{\sin^5 3x\cos^3 3x}$
4. $\int \frac{(x+3)dx}{3x^2-12x+13}$
5. $\int \sin^5 x\cos^9 x dx$
6. $\int \frac{\sqrt{x^2-9}dx}{x^7}$
7. $\int \frac{\sqrt[3]{\ln x-7}+\ln x}{x(\ln x-7)}dx$
8. $\int \frac{(3x-5)dx}{\sqrt{3-2x-x^2}}$
9. $\int \sin^2 2x\sin 5x dx$
10. $\int \frac{\cos 4x dx}{e^{5x}}$
11. $\int x ctg^5(2x^2+7)dx$
12. $\int \frac{(\sqrt[3]{x}-1)dx}{x(\sqrt{x}+8)}$
13. $\int \frac{(1-tgx)dx}{3\sin^2 x-7\cos^2 x}$
14. $\int \frac{4^x-2^{x+2}}{\sqrt{4^x+3}}dx$
15. $\int \sin^4 2x dx$
16. $\int \frac{dx}{\sin x+2\cos x}$
17. $\int \frac{(x+1)dx}{x^2+12x+3}$
18. $\int \frac{dx}{(x^2+3)(5-x^2)}$
19. $\int \arcsin^2 x dx$
20. $\int \sin 4x\sin(2x+1)dx$

Вариант 3

Вычислите интегралы:

1. $\int \frac{2\ln^2 x+7\ln x+4}{2x\ln x+7x}dx$
2. $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x-1}-\sqrt{x-1}}$
3. $\int \sin^2 3x\sin 6x dx$
4. $\int \frac{dx}{x(2\sqrt{x}-\sqrt[3]{x}-\sqrt[6]{x})}$
5. $\int \frac{(3x-1)dx}{x^2+2x+7}$

6. $\int \frac{e^{sinx}(xcos^3x-sinx)}{cos^2x}dx$

7. $\int cos8xcos3dx$

8. $\int \frac{(x-8)dx}{\sqrt{x^2+2x+7}}$

9. $\int sin^4(2x-1)dx$

10. $\int \frac{(ctgx-3)dx}{1+4sin2x}$

11. $\int \frac{dx}{\sqrt{1+e^{2x}}}$

12. $\int \frac{xdx}{cos^2x}$

13. $\int cos^{13}xsin^3xdx$

14. $\int \frac{sin^3 2xdx}{cos^4 2x}$

15. $\int \frac{(x+3)dx}{\sqrt{4x^2+4x+3}}$

16. $\int \frac{dx}{\sqrt{(x^2+4)^3}}$

17. $\int \frac{ctg^5 lnx}{x}dx$

18. $\int 9^x cos\frac{x}{2}dx$

19. $\int \frac{arcsinxdx}{x^2}$

20. $\int \sqrt{3+2x-x^2}dx$

Вариант 4

Вычислите интегралы:

1. $\int sin3x5^{2x}dx$

2. $\int \frac{dx}{x(1+2\sqrt{x}+\sqrt[3]{x})}$

3. $\int \frac{lnxdx}{x(lnx+13)^7}$

4. $\int \frac{(x+3)dx}{14+6x-9x^2}$

5. $\int xln(1+\frac{1}{x})dx$

6. $\int \frac{\sqrt{(9-x^2)^3}}{x^3}dx$

7. $\int \frac{(2tgx-5)dx}{3cos^2x+4sin^2x}$

8. $\int sinxcos(5x-1)dx$

9. $\int \frac{(5x-1)dx}{\sqrt{3x^2+6x-10}}$

10. $\int \sin(4x+1)sin^2 3xdx$

11. $\int cos^6 2xdx$

12. $\int \frac{dx}{x^4\sqrt{(4+x^2)^3}}$

13. $\int \frac{(x-3)dx}{\sqrt{3+66x-11x^2}}$

14. $\int \frac{dx}{2sinx+3cosx}$

15. $\int x\sqrt{1-2x^2-x^4}dx$

16. $\int \frac{e^x\sqrt{arctge^x}}{1+e^{2x}}dx$

17. $\int \frac{2^x dx}{\sqrt{2-2^x}}$

18. $\int cos^7xdx$

19. $\int \frac{(7x-1)dx}{2x^2+5x+2}$

20. $\int e^x ctg^5 e^x dx$

Вариант 5

Вычислите интегралы:

1. $\int \frac{(5x+2)dx}{\sqrt{1-2x-x^2}}$

2. $\int sin^2 3xsin5xdx$

3. $\int \frac{lnxdx}{x(lnx-3)^2}$

4. $\int \sqrt{1-2x-x^2}dx$

5. $\int \frac{(3-x)dx}{2x^2-7x-15}$

6. $\int \frac{(2x+1)dx}{x^2-2x+6}$

7. $\int \frac{3tgx-2}{6sin^2x-7cos^2x}dx$

8. $\int cos7xcos4xdx$

9. $\int \frac{sin^4\left(\frac{x}{2}\right)dx}{cos^6\left(\frac{x}{2}\right)}$

10. $\int sin^2xcos^5xdx$

11. $\int \frac{dx}{xlnxln(lnx)}$

12. $\int 2^x sin4xdx$

13. $\int \frac{dx}{1+sinx+cosx}$

14. $\int e^x(e^x-12)dx$

15. $\int \frac{\sqrt{x^2-2}}{x^2}dx$

16. $\int \frac{e^{3-4tgx}dx}{cos^2x}$

17. $\int \frac{\sqrt{x}dx}{5+\sqrt[3]{x}}$

18. $\int x^2(2-5x^3)^{\frac{2}{3}}dx$

19. $\int \frac{cos^3 xdx}{sin^3 x}$

20. $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x+2}-\sqrt{x+2}}$

Вариант 6

Вычислите интегралы:

1. $\int sin^3 x cos^{17} x dx$
2. $\int \frac{\sqrt{5lnx-ln^3x-1}}{x\sqrt{5-ln^2x}} dx$
3. $\int \frac{xdx}{x^2+2x+10}$
4. $\int \frac{(x+3)dx}{\sqrt{5+2x-x^2}}$
5. $\int sinxsin3xcos17xdx$
6. $\int \frac{cos2xdx}{2^x}$
7. $\int \frac{dx}{x^3\sqrt{(16-x^2)^3}}$
8. $\int sin^2 2x cos^4 x dx$
9. $\int \frac{dx}{2+sinx}$
10. $\int \frac{\sqrt{x}dx}{\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[4]{x}}$
11. $\int sin2xsin6xdx$
12. $\int \frac{(3x-1)dx}{\sqrt{x^2-4x+5}}$
13. $\int \frac{dx}{x^2(x^2+4)}$
14. $\int \frac{dx}{xsin^3(5-lnx)}$
15. $\int 9^x arctg(3^{x+1}-1)dx$
16. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-2x-8}}$
17. $\int \frac{sin^4 xdx}{cos^2 x}$
18. $\int \sqrt{x^2+2x-1}dx$
19. $\int \frac{dx}{4^x-1}$
20. $\int \frac{tgxdx}{2cos^2x+7sin^2x}$

Вариант 7

Вычислите интегралы:

1. $\int sin2xcos(3x-1)dx$
2. $\int \frac{(3-x)dx}{x^2-2x+14}$
3. $\int \frac{dx}{\sqrt{x-1}+\sqrt{x+3}}$
4. $\int \frac{(2+\sqrt[3]{x})dx}{x(\sqrt[6]{x}+\sqrt[3]{x}+\sqrt{x}+1)}$
5. $\int \frac{cos4xdx}{4^x}$
6. $\int \frac{3ln^3x+5\sqrt[3]{lnx}-7}{xlnx}dx$
7. $\int \frac{ctgxdx}{5+cos^2x}$
8. $\int \frac{dx}{(x^2+16)\sqrt{1+x^2}}$
9. $\int sin^7 xdx$
10. $\int e^{3x} ctg^2(1-e^{2x})dx$
11. $\int \sin(5x+2)cos^2 3xdx$
12. $\int \frac{9^x-3^{x+1}}{9^x-2}dx$
13. $\int \frac{(4x+1)dx}{2+3x-2x^2}$
14. $\int \frac{\ln(tgx)dx}{sin2x}$
15. $\int \frac{\sqrt{(2-x^2)^3}dx}{x^6}$
16. $\int \frac{(x+3)dx}{\sqrt{3+4x-4x^2}}$
17. $\int \frac{dx}{1+5sinx}$
18. $\int \frac{(4x+7)dx}{\sqrt{3x^2-6x-8}}$
19. $\int xe^{x^2}(x^2+1)dx$
20. $\int sin^6 2xdx$

Вариант 8

Вычислите интегралы:

1. $\int cosxsin6xsin(1-x)dx$
2. $\int \frac{(9x+2)dx}{\sqrt{6x-x^2}}$

3. $\int \frac{\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1}}dx$

4. $\int \frac{4^x+2^{x+2}}{4^x+5}dx$

5. $\int \frac{dx}{x\sqrt{12x-9x^2-2}}$

6. $\int \frac{\sqrt[5]{6-\ln x}+\sqrt{6\ln x-\ln^2 x+1}}{x\sqrt{6-\ln x}}dx$

7. $\int \sin^6 x\cos^4 x dx$

8. $\int x ctg^3(3x^2-5)dx$

9. $\int \frac{x^4 dx}{\sqrt{(2-x^2)^3}}$

10. $\int \frac{(2tgx-7)dx}{2\cos^2 x-3\sin^2 x}$

11. $\int \sin^3 3x\cos^3 3x dx$

12. $\int \frac{dx}{(\sqrt[3]{x}+\sqrt{x})x}$

13. $\int \frac{dx}{(x^2+9)\sqrt{1+x^2}}$

14. $\int \frac{dx}{2\sin x+13\cos x}$

15. $\int \frac{(4-3x)dx}{\sqrt{3x^2-12x-15}}$

16. $\int \frac{(x^7+2x^3)dx}{x^8-1}$

17. $\int \sqrt{7+x^2}dx$

18. $\int x^2 \arccos x dx$

19. $\int \frac{xdx}{\cos^4(4x^2)}$

20. $\int \frac{(7x-5)dx}{x^2+x-12}$

Вариант 9

Вычислите интегралы:

1. $\int x^3\sin^3(x^2)dx$

2. $\int \frac{xdx}{x^2+4x+12}$

3. $\int \sin^4 x\cos^6 x dx$

4. $\int \frac{dx}{\sin 4x\cos^3 2x}$

5. $\int \frac{(2x-7)dx}{\sqrt{8x^2-32x+3}}$

6. $\int \sin x\sin 7x\cos(5x-3)dx$

7. $\int \frac{\sqrt{(4-x^2)^3}}{x^3}dx$

8. $\int \frac{\sqrt[3]{x^2}-1}{x(\sqrt{x}-27)}dx$

9. $\int \frac{dx}{\sin x+5\cos x}dx$

10. $\int \frac{\sqrt[3]{arctg^2 x}+x^2+x}{1+x^2}dx$

11. $\int \sin 5x\cos 3x dx$

12. $\int \frac{17+13\ln x+\ln^3 x}{x\sqrt{13+\ln^2 x}}dx$

13. $\int \sin^5 x dx$

14. $\int \frac{(2x-1)dx}{8x^2-32x-41}$

15. $\int \frac{\sqrt{x^2+16}dx}{x}$

16. $\int \sqrt{6+x^2}dx$

17. $\int \frac{3tgx-5}{3\cos^2 x-5\sin^2 x}dx$

18. $\int ctg^6\frac{x}{2}dx$

19. $\int \frac{(5x+12)dx}{\sqrt{4x-x^2}}$

20. $\int \frac{dx}{x\sqrt{9x^2+12x+4}}$

Вариант 10

Вычислите интегралы:

1. $\int \frac{(1+x)dx}{\sqrt{x^2+2x-1}}$

2. $\int \cos x\cos 3x\cos(6x-1)dx$

3. $\int \frac{x^3 dx}{3x^4-2x^2-1}$

4. $\int \frac{dx}{(2x-3)\sqrt{x^2-3x+2}}$

5. $\int \frac{\sqrt{\ln x+11}+\ln x}{x\sqrt[3]{\ln x+11}}dx$

6. $\int x^2\sin^4(x^3)\cos(x^3)dx$

7. $\int \sin 4x\cos 3x dx$

8. $\int \frac{(\sqrt[4]{x}-\sqrt[6]{x}+1)dx}{\sqrt[4]{x}(\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[6]{x^5})}$

9. $\int \frac{(x-5)dx}{x^2-x-2}$

10. $\int \frac{x^5 dx}{\sqrt{1-x^2}}$

11. $\int \frac{2^x dx}{\sin^2(2^x+5)}$

12. $\int \sin^3 2x \cos^3 2x dx$

13. $\int \frac{dx}{x^2\sqrt{16+x^2}}$

14. $\int \frac{dx}{1+\sin x-\cos x}$

15. $\int \frac{dx}{\sin^3 2x \cos^3 2x}$

16. $\int 3^x \operatorname{arctg} 3^x dx$

17. $\int tg^4(5x-1)dx$

18. $\int \frac{x^5 dx}{(x^2+1)^3}$

19. $\int \frac{tgx dx}{5+\sin 2x}$

20. $\int \sqrt{16+x^2}dx$

Критерии оценивания индивидуальных заданий (Часть 1).
Максимальное количество баллов за отдельный вариант индивидуальной работы – 20.

Для заданий:

Критерий оценивания	Баллы
Задание выполнено в полном объеме, допускаются вычислительные ошибки на финальном этапе решения	1
Задание выполнено с ошибочными промежуточными выводами и расчетами (неправильно определен тип уравнения и/или применен несоответствующий алгоритм; вычислительные промежуточные ошибки, приводящие к неправильным выводам)	0
Задание выполнено полностью неверно или отсутствует решение	0
Максимальный балл за одно индивидуальное задание	1

Индивидуальное домашнее задание

Часть 2. Определенный интеграл и его приложения

Вариант 1

1. Вычислить определённые интегралы:

а) $\int\limits_{-2}^{0}\left(x^2+5x+6\right)\cos 2x dx$

б) $\int\limits_{e+1}^{e^2+1}\frac{1+\ln(x-1)}{x-1}dx$

в) $\int\limits_{\pi/2}^{2arctg2}\frac{dx}{\sin^2 x(1-\cos x)}$

г) $\int\limits_{\pi/4}^{arctg3}\frac{dx}{(3tgx+5)\sin 2x}$

д) $\int\limits_{\pi/2}^{\pi}2^8\sin^8 x dx$

е) $\int\limits_{0}^{1}\frac{4\sqrt{1-x}-\sqrt{3x+1}}{\left(\sqrt{3x+1}+4\sqrt{1-x}\right)(3x+1)^2}dx$

ж) $\int\limits_{0}^{16}\sqrt{256-x^2}dx$.

2. Вычислить площади фигур, ограниченных графиками функций:

$$y=(x-2)^3,\quad y=4x-8.$$

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией, заданной уравнением:

$$\begin{cases} x=4\sqrt{2}\cos^3 t \\ y=2\sqrt{2}\sin^3 t \end{cases}$$
$$x=2\quad (x\ge 2)$$

4. Вычислить площади фигуры, ограниченной линией, заданной уравнением:

$$r=4\cos 3\varphi,\quad r=2\quad (r\le 2)$$

5. Вычислить длины дуг кривых, заданных уравнениями в прямоугольной системе координат:

$$y=\ln x,\quad \sqrt{3}\le x\le\sqrt{15}$$

6. Вычислить длины дуг кривых, заданных параметрическими уравнениями:

$$\begin{cases} x=5(t-\sin t)\\ y=5(1-\cos t)\end{cases}$$
$$0\le t\le\pi$$

7. Вычислить длины дуг кривых, заданных уравнениями в полярных координатах:

$$\rho=3e^{\frac{3\varphi}{4}},\quad -\pi/2\le\varphi\le\pi/2$$

8. Вычислить объёмы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций, с осью вращения $0x$:

$$y=-x^2+5x-6,\quad y=0$$

Вариант 2

1. Вычислить определённые интегралы:

а) $\int\limits_{-2}^{0}(x^2-4)\cos 3x dx$ б) $\int\limits_{0}^{1}\frac{(x^2+1)}{(x^3+3x+1)^2}dx$

в) $\int\limits_{0}^{\pi/2}\frac{\cos x dx}{2+\cos x}$ г) $\int\limits_{\arccos(4/\sqrt{17})}^{\pi/4}\frac{2ctgx+1}{(2\sin x+\cos x)^2}dx$

д) $\int\limits_{0}^{\pi}2^4\sin^6 x\cos^2 x dx$ е) $\int\limits_{1}^{64}\frac{1-\sqrt[6]{x}+2\sqrt[3]{x}}{x+2\sqrt{x^3}+\sqrt[3]{x^4}}dx$

ж) $\int\limits_{0}^{1}x^2\sqrt{1-x^2}dx$

2. Вычислить площади фигур, ограниченных графиками функций:

$$y=x\sqrt{9-x^2},\quad y=0\quad (0\le x\le 3).$$

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией, заданной уравнением:

$$\begin{cases} x=\sqrt{2}\cos t\\ y=2\sqrt{2}\sin t\end{cases}$$
$$y=2\quad (y\ge 2)$$

4. Вычислить площади фигуры, ограниченной линией, заданной уравнением:

$$r=\cos 2\varphi$$

5. Вычислить длины дуг кривых, заданных уравнениями в прямоугольной системе координат:

$$y=\frac{x^2}{4}-\frac{\ln x}{2},\quad 1\le x\le 2$$

6. Вычислить длины дуг кривых, заданных параметрическими уравнениями:

$$\begin{cases} x=3(2\cos t-\cos 2t)\\ y=3(2\sin t-\sin 2t)\end{cases}$$
$$0\le t\le 2\pi$$

7. Вычислить длины дуг кривых, заданных уравнениями в полярных координатах:

$$\rho=2e^{\frac{4\varphi}{3}},\quad -\pi/2\le\varphi\le\pi/2$$

8. Вычислить объём тела, образованного вращением фигуры, ограниченной графикам функции, с осью вращения $0x$:

$$2x-x^2-y=0,\quad 2x^2-4x+y=0$$

Вариант 3

1. Вычислить определённые интегралы:

а) $\int_{-1}^{0}\left(x^2+4x+3\right)\cos xdx$ б) $\int_{0}^{1}\frac{4arctgx-x}{1+x^2}dx$

в) $\int_{\pi/2}^{2arctg2}\frac{dx}{\sin^2 x(1+\cos x)}$ г) $\int_{0}^{\arccos\left(1/\sqrt{7}\right)}\frac{2tgx+3}{2\sin^2 x+3\cos^2 x-1}dx$

д) $\int_{0}^{2\pi}\sin^4 x\cos^4 xdx$ е) $\int_{-14/15}^{-7/8}\frac{6\sqrt{x+2}}{(x+2)^2\sqrt{x+1}}dx$

ж) $\int_{0}^{5}\frac{dx}{\left(25+x^2\right)\left(\sqrt{25+x^2}\right)}$

2. Вычислить площади фигур, ограниченных графиками функций:

$$y=4-x^2,\quad y=x^2-2x.$$

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией, заданной уравнением:

$$\begin{cases} x=4(t-\sin t) \\ y=4(1-\cos t) \end{cases}$$

$$y=4\quad (0<x<8\pi,\quad y\geq 4)$$

4. Вычислить площади фигуры, ограниченной линией, заданной уравнением:

$$r=2\cos\varphi,\quad r=\sin\varphi,\quad \left(0\leq\varphi\leq\pi/2\right)$$

5. Вычислить длины дуг кривых, заданных уравнениями в прямоугольной системе координат:

$$y=\sqrt{1-x^2}+\arcsin x,\quad 0\leq x\leq\pi/6$$

6. Вычислить длины дуг кривых, заданных параметрическими уравнениями:

$$\begin{cases} x=4(\cos t+t\sin t) \\ y=4(\sin t-t\cos t) \end{cases}$$

$$0\leq t\leq 2$$

7. Вычислить длины дуг кривых, заданных уравнениями в полярных координатах:

$$\rho=\sqrt{2}e^{\varphi},\quad -\pi/2\leq\varphi\leq\pi/2$$

8. Вычислить объём тела, образованного вращением фигуры, ограниченной графикам функции, с осью вращения $0x$:

$$y=3\sin x,\quad y=\sin x,\quad 0\leq x\leq\pi$$

Вариант 4

1. Вычислить определённые интегралы:

а) $\int_{-2}^{0}(x+2)^2\cos 3xdx$ б) $\int_{0}^{2}\frac{x^3}{4+x^2}dx$

в) $\int_{2arctg(1/2)}^{\pi/2}\frac{\cos xdx}{(1-\cos x)^3}$ г) $\int_{\pi/4}^{arctg3}\frac{4tgx-5}{1-\sin 2x+4\cos^2 x}dx$

д) $\int_{0}^{2\pi}\sin^2\left(x/4\right)\cos^6\left(x/4\right)dx$ е) $\int_{6}^{9}\sqrt{\frac{9-2x}{2x-21}}dx$

ж) $\int\limits_0^3 \frac{dx}{\left(9+x^2\right)^{3/2}}$

2. Вычислить площади фигур, ограниченных графиками функций:

$$y=\sin x\cos^2 x, \quad y=0, \quad \left(0\le x\le \frac{\pi}{2}\right).$$

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией, заданной уравнением:

$$\begin{cases} x=16\cos^3 t \\ y=2\sin^3 t \end{cases}$$
$$y=2 \quad (x\ge 2)$$

4. Вычислить площади фигуры, ограниченной линией, заданной уравнением:

$$r=4\sin 3\varphi, \quad r=2, \quad (r\ge 2)$$

5. Вычислить длины дуг кривых, заданных уравнениями в прямоугольной системе координат: $\quad y=\ln\frac{5}{2x}, \quad \sqrt{3}\le x\le\sqrt{8}$

6. Вычислить длины дуг кривых, заданных параметрическими уравнениями:

$$\begin{cases} x=\left(t^2-2\right)\sin t+2t\cos t \\ y=\left(2-t^2\right)\cos t+2t\sin t \end{cases}$$
$$0\le t\le\pi$$

7. Вычислить длины дуг кривых, заданных уравнениями в полярных координатах:

$$\rho=5e^{\frac{5\varphi}{12}}, \quad -\pi/2\le\varphi\le\pi/2$$

8. Вычислить объём тела, образованного вращением фигуры, ограниченной графикам функции, с осью вращения $0x$:

$$y=5\cos x, \quad y=\cos x, \quad x=0, \quad x\ge 0$$

Вариант 5

1. Вычислить определённые интегралы:

а) $\int\limits_{-4}^{0}\left(x^2+7x+12\right)\cos x\,dx$

б) $\int\limits_{\pi}^{2\pi}\frac{x+\cos x}{x^2+2\sin x}dx$

в) $\int\limits_0^{\pi/2}\frac{(\cos x-\sin x)dx}{(1+\sin x)^2}$

г) $\int\limits_0^{arctg(1/3)}\frac{8+tgx}{18\sin^2 x+2\cos^2 x}dx$

д) $\int\limits_0^{\pi}2^4\cos^8\left(x/2\right)dx$

е) $\int\limits_0^5 e^{\sqrt{\frac{5-x}{5+x}}}\frac{dx}{(5+x)\sqrt{25-x^2}}$

ж) $\int\limits_0^{\sqrt{5}/2}\frac{dx}{\left(5-x^2\right)^3}$

2. Вычислить площади фигур, ограниченных графиками функций:

$$y=\sqrt{4-x^2}, \quad y=0, \quad x=0, \quad x=1.$$

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией, заданной уравнением:

$$\begin{cases} x=2\cos t \\ y=6\sin t \end{cases}$$
$$y=3 \quad (y\ge 3)$$

4. Вычислить площади фигуры, ограниченной линией, заданной уравнением:

$$r=2\cos\varphi, \quad r=2\sqrt{3}\sin\varphi, \quad \left(0\le\varphi\le\pi/2\right)$$

5. Вычислить длины дуг кривых, заданных уравнениями в прямоугольной системе координат: $y=-\ln\cos x, \quad 0 \le x \le \pi/6$

6. Вычислить длины дуг кривых, заданных параметрическими уравнениями:

$$\begin{cases} x = 10\cos^3 t \\ y = 10\sin^3 t \end{cases}$$

$$0 \le t \le \pi/2$$

7. Вычислить длины дуг кривых, заданных уравнениями в полярных координатах:

$$\rho = 6e^{\frac{12\varphi}{5}}, \quad -\pi/2 \le \varphi \le \pi/2$$

8. Вычислить объём тела, образованного вращением фигуры, ограниченной графикам функции, с осью вращения $0x$:

$$y=\sin^2 x, \quad y=0, \quad x=\pi/2$$

Вариант 6

1. Вычислить определённые интегралы:

а) $\int\limits_0^{\pi}\left(2x^2+4x+7\right)\cos 2x dx$

б) $\int\limits_0^{\pi/4}\frac{2\cos x+3\sin x}{\left(2\sin x-3\cos x\right)^3}dx$

в) $\int\limits_{2arctg2}^{2arctg3}\frac{dx}{\cos x\left(1-\cos x\right)}$

г) $\int\limits_0^{\arccos\sqrt{213}}\frac{2+tgx}{\sin^2 x+2\cos^2 x-3}dx$

д) $\int\limits_0^{\pi}2^4\cos^8\left(x/2\right)dx$

е) $\int\limits_8^{12}\sqrt{\frac{6-x}{x-14}}dx$

ж) $\int\limits_1^2\frac{\sqrt{x^2-1}}{x^4}dx$

2. Вычислить площади фигур, ограниченных графиками функций:

$$y=x^2\sqrt{4-x^2}, \quad y=0, \quad 0\le x\le 2.$$

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией, заданной уравнением:

$$\begin{cases} x = 2(t-\sin t) \\ y = 2(1-\cos t) \end{cases}$$

$$y=3 \quad (y \ge 3, \quad 0 < x < 4\pi)$$

4. Вычислить площади фигуры, ограниченной линией, заданной уравнением:

$$r=\sin 3\varphi$$

5. Вычислить длины дуг кривых, заданных уравнениями в прямоугольной системе координат: $y=e^x+6, \quad \ln\sqrt{8}\le x\le \ln\sqrt{15}$

6. Вычислить длины дуг кривых, заданных параметрическими уравнениями:

$$\begin{cases} x = e^t(\cos t+\sin t) \\ y = e^t(\cos t-\sin t) \end{cases}$$

$$0\le t\le \pi$$

7. Вычислить длины дуг кривых, заданных уравнениями в полярных координатах:

$$\rho = 3e^{\frac{3\varphi}{4}}, \quad 0\le\varphi\le\pi/3$$

8. Вычислить объём тела, образованного вращением фигуры, ограниченной графикам функции, с осью вращения $0x$:

$$x=\sqrt[3]{y-2}, \quad x=1, \quad y=1$$

Вариант 7

1. Вычислить определённые интегралы:

а) $\int_{0}^{\pi}(9x^2+9x+11)\cos 3x dx$

б) $\int_{0}^{1/2}\frac{8x-arctg\,2x}{1+4x^2}dx$

в) $\int_{2arctg(1/3)}^{2arctg(1/2)}\frac{dx}{\sin x(1-\sin x)}$

г) $\int_{\arcsin(1/\sqrt{37})}^{\pi/4}\frac{6tgx}{3\sin 2x+5\cos^2 x}dx$

д) $\int_{\pi/2}^{\pi}2^8\cdot\sin^6 x\cdot\cos^2 x dx$

е) $\int_{0}^{1}e^{\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}}\frac{dx}{(1+x)\sqrt{1-x^2}}$

ж) $\int_{0}^{\sqrt{2}/2}\frac{x^4}{\sqrt{(1-x^2)^3}}dx$

2. Вычислить площади фигур, ограниченных графиками функций:

$$y=\cos x\sin^2 x,\quad y=0,\quad 0\le x\le \pi/2.$$

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией, заданной уравнением:

$$\begin{cases} x=16\cos^3 t\\ y=\sin^3 t\end{cases}$$

$$x=6\sqrt{3}\quad \left(x\ge 6\sqrt{3}\right)$$

4. Вычислить площади фигуры, ограниченной линией, заданной уравнением:

$$r=6\sin 3\varphi,\quad r=3,\quad (r\ge 3)$$

5. Вычислить длины дуг кривых, заданных уравнениями в прямоугольной системе координат: $y=2+\arcsin\sqrt{x}+\sqrt{x-x^2},\quad 1/4\le x\le 1$

6. Вычислить длины дуг кривых, заданных параметрическими уравнениями:

$$\begin{cases} x=3(t-\sin t)\\ y=3(1-\cos t)\end{cases}$$

$$\pi\le t\le 2\pi$$

7. Вычислить длины дуг кривых, заданных уравнениями в полярных координатах:

$$\rho=4e^{\frac{4\varphi}{3}},\quad 0\le\varphi\le \pi/3$$

8. Вычислить объём тела, образованного вращением фигуры, ограниченной графикам функции, с осью вращения $0x$:

$$y=xe^x,\quad x=1,\quad y=0$$

Вариант 8

1. Вычислить определённые интегралы:

а) $\int_{0}^{\pi}(8x^2+16x+17)\cos 4x dx$

б) $\int_{1}^{4}\frac{\left(1/2\sqrt{x}\right)+1}{\left(\sqrt{x}+x\right)^2}dx$

в) $\int_{2arctg(1/2)}^{\pi/2}\frac{dx}{(1+\sin x-\cos x)}$

г) $\int_{0}^{\pi/4}\frac{2tg^2x-11tgx-22}{4-tgx}dx$

д) $\int_{0}^{\pi}2^4\sin^4 x\cdot\cos^4 x dx$

е) $\int_{5/2}^{10/3}\frac{\sqrt{x+2}+\sqrt{x-2}}{\left(\sqrt{x+2}-\sqrt{x-2}\right)(x-2)^2}dx$

ж) $\int\limits_0^{\sqrt{3}} \frac{dx}{\sqrt{\left(4-x^2\right)^3}}$

2. Вычислить площади фигур, ограниченных графиками функций:

$$y=\sqrt{e^x-1}, \quad y=0, \quad x=\ln 2 .$$

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией, заданной уравнением:

$$\begin{cases} x=6\cos t \\ y=2\sin t \end{cases}$$

$$y=\sqrt{3} \quad \left(y \geq \sqrt{3}\right)$$

4. Вычислить площади фигуры, ограниченной линией, заданной уравнением:

$$r=\cos 3\varphi$$

5. Вычислить длины дуг кривых, заданных уравнениями в прямоугольной системе координат: $\quad y=\ln(x^2-1), \quad 2 \leq x \leq 3$

6. Вычислить длины дуг кривых, заданных параметрическими уравнениями:

$$\begin{cases} x=\frac{1}{2}\cos t-\frac{1}{4}\cos 2t \\ y=\frac{1}{2}\sin t-\frac{1}{4}\sin 2t \end{cases}$$

$$\pi/2 \leq t \leq 2\pi/3$$

7. Вычислить длины дуг кривых, заданных уравнениями в полярных координатах:

$$\rho=\sqrt{2}e^{\varphi}, \quad 0 \leq \varphi \leq \pi/3$$

8. Вычислить объём тела, образованного вращением фигуры, ограниченной графикам функции, с осью вращения $0x$:

$$y=2x-x^2, \quad x=0, \quad y=-x+2$$

Вариант 9

1. Вычислить определённые интегралы:

а) $\int\limits_0^{2\pi}\left(3x^2+5\right)\cos 2x dx$

б) $\int\limits_0^1 \frac{x}{x^4+1}dx$

в) $\int\limits_0^{\pi/2} \frac{\cos x dx}{5+4\cos x}$

г) $\int\limits_{-arctg\left(1/3\right)}^0 \frac{3tgx+1}{2\sin 2x-5\cos 2x+1}dx$

д) $\int\limits_0^{2\pi} \sin^2 x \cdot \cos^6 x dx$

е) $\int\limits_1^8 \frac{5\sqrt{x+24}}{(x+24)^2\sqrt{x}}dx$

ж) $\int\limits_0^1 \frac{x^4 dx}{\left(2-x^2\right)^{3/2}}$

2. Вычислить площади фигур, ограниченных графиками функций:

$$y=\frac{1}{x\sqrt{1+\ln x}}, \quad y=0, \quad x=1, \quad x=e^3 .$$

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией, заданной уравнением:

$$\begin{cases} x=3(t-\sin t) \\ y=3(1-\cos t) \end{cases}$$

$$y=3 \quad (0<x<6\pi, \quad y \geq 3)$$

4. Вычислить площади фигуры, ограниченной линией, заданной уравнением:

$$r=\cos\varphi,\quad r=\sqrt{2}\cos\left(\varphi-\frac{\pi}{4}\right),\quad \left(-\pi/4\le\varphi\le\pi/2\right)$$

5. Вычислить длины дуг кривых, заданных уравнениями в прямоугольной системе координат: $y=\sqrt{1-x^2}+\arccos x,\quad 0\le x\le 8/9$

6. Вычислить длины дуг кривых, заданных параметрическими уравнениями:

$$\begin{cases}x=3(\cos t+t\sin t)\\ y=3(\sin t-t\cos t)\end{cases}$$

$$0\le t\le \pi/3$$

7. Вычислить длины дуг кривых, заданных уравнениями в полярных координатах:

$$\rho=5e^{\frac{5\varphi}{12}},\quad 0\le\varphi\le\pi/3$$

8. Вычислить объём тела, образованного вращением фигуры, ограниченной графикам функции, с осью вращения $0x$:

$$y=2x-x^2,\quad y=-x+2$$

Вариант 10

1. Вычислить определённые интегралы:

а) $\int\limits_0^{2\pi}\left(2x^2-15\right)\cos 3x dx$

б) $\int\limits_{\sqrt{3}}^{\sqrt{8}}\frac{x+\frac{1}{x}}{\sqrt{x^2+1}}dx$

в) $\int\limits_0^{2\pi/3}\frac{1+\sin x}{1+\cos x+\sin x}dx$

г) $\int\limits_{\pi/4}^{arctg3}\frac{ctgx+1}{(\sin x+2\cos x)^2}dx$

д) $\int\limits_0^{2\pi}\cos^8\left(x/4\right)dx$

е) $\int\limits_1^2\frac{x+\sqrt{3x-2}-10}{\sqrt{3x-2}+7}dx$

ж) $\int\limits_0^2\frac{x^2dx}{\sqrt{16-x^2}}$

2. Вычислить площади фигур, ограниченных графиками функций:

$$y=\arccos x,\quad y=0,\quad x=0.$$

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией, заданной уравнением:

$$\begin{cases}x=8\sqrt{2}\cos^3 t\\ y=\sqrt{2}\sin^3 t\end{cases}$$

$$x=4\quad (x\ge 4)$$

4. Вычислить площади фигуры, ограниченной линией, заданной уравнением:

$$r=\sin\varphi,\quad r=\sqrt{2}\cos\left(\varphi-\frac{\pi}{4}\right),\quad \left(0\le\varphi\le 3\pi/4\right)$$

5. Вычислить длины дуг кривых, заданных уравнениями в прямоугольной системе координат: $y=\ln\left(1-x^2\right),\quad 0\le x\le 1/4$

6. Вычислить длины дуг кривых, заданных параметрическими уравнениями:

$$\begin{cases}x=\left(t^2-2\right)\sin t+2t\cos t\\ y=\left(2-t^2\right)\cos t+2t\sin t\end{cases}$$

$$0\le t\le \pi/3$$

7. Вычислить длины дуг кривых, заданных уравнениями в полярных координатах:

$$\rho = 12e^{\frac{12\varphi}{5}}, \quad 0 \le \varphi \le \pi/3$$

8. Вычислить объём тела, образованного вращением фигуры, ограниченной графикам функции, с осью вращения $0x$:

$$y = e^{1-x}, \quad y = 0,\ x = 1,\ x = 0$$

Критерии оценивания индивидуальных заданий (Часть 2).
Максимальное количество баллов за отдельный вариант индивидуальной работы – 30.

Для заданий:

Критерий оценивания	Баллы за задание		
	1 (а – ж)	2 – 7	8
Задание выполнено в полном объеме, допускаются вычислительные ошибки на финальном этапе решения	2	2	4
Задание выполнено с ошибочными промежуточными выводами и расчетами (неправильно определен тип уравнения и/или применен несоответствующий алгоритм; вычислительные промежуточные ошибки, приводящие к неправильным выводам)	1	1	1 – 3
Задание выполнено полностью неверно или отсутствует решение	0	0	0
Максимальный балл за одно индивидуальное задание	2	2	4

2 курс (2)

Вопросы к зачету

1. Понятие метрического пространства. Метрическое пространство R^n.
2. Сходимость последовательности точек в метрическом пространстве. Открытые и замкнутые множества в метрическом пространстве. Компакт.
3. Понятие функции многих переменных. Предел функции многих переменных в точке.
4. Предел по множеству.
5. Повторные пределы. Бесконечные пределы.
6. Непрерывность функции многих переменных.
7. Свойства функций непрерывных на компакте. Промежуточные значения непрерывной функции.
8. Частные производные.
9. Дифференцируемость функции многих переменных. Геометрический смысл.
10. Необходимое и достаточные условия дифференцируемости в точке.
11. Дифференцирование сложной функции.
12. Дифференциал. Инвариантность формы первого дифференциала.
13. Производная по направлению. Градиент.
14. Частные производные и дифференциалы высших порядков.
15. Неявные функции.
16. Экстремум, необходимое и достаточные условия.
17. Условный экстремум.
18. Мера Жордана в R^n.
19. Определение кратного интеграла. Критерий интегрируемости.
20. Свойства кратного интеграла.
21. Формула сведения двойного интеграла по прямоугольнику к повторному.
22. Формула сведения двойного интеграла по элементарной области к повторному.

23. Сведение тройных интегралов к повторным.
24. Формула замены переменной в кратном интеграле.
25. Использование полярных координат для вычисления двойных интегралов.
26. Использование цилиндрических и сферических координат для вычисления тройных интегралов.
27. Приложения двойных интегралов.
28. Приложения тройных интегралов.
29. Криволинейные интегралы первого рода.
30. Криволинейные интегралы второго рода.
31. Формула Грина.
32. Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования.

Зачетное задание (билет) включает 2 теоретических вопроса (формируются из представленных вопросов к экзамену) и 2 практических задания (формируются из перечня заданий, представленных в разделе «Практико-ориентированные задания»).

Максимальное количество баллов за зачетное задание – 100 (50 баллов максимально за теоретические вопросы, 50 баллов максимально за решение двух практических заданий).

Критерии оценивания:

Критерии оценивания теоретического вопроса	Баллы
Изложенный материал фактически верен, наличие глубоких исчерпывающих знаний; правильные, уверенные действия по применению полученных знаний на практике, грамотное и логически стройное изложение материала при ответе	21-25
Наличие твердых и достаточно полных знаний, правильные действия по применению знаний на практике, четкое изложение материала, допускаются отдельные логические и стилистические погрешности, неуверенность и неточность ответов на дополнительные и наводящие вопросы	17-20
Неполный ответ на вопросы; затрудняется ответить на дополнительные вопросы	1-16
Ответ не связан с вопросами, наличие грубых ошибок в ответе, непонимание сущности излагаемого вопроса, неумение применять знания на практике, неуверенность и неточность ответов на дополнительные и наводящие вопросы	0
Максимальный балл за ответ на теоретический вопрос	25

Критерии оценивания практико-ориентированного задания	Баллы
Практико-ориентированные задания выполнены в полном объеме, в представленном решении обоснованно получены правильные ответы, проведен анализ, дана грамотная интерпретация полученных результатов, сделаны выводы; допускаются вычислительные ошибки на финальном этапе решения	40-50
Практико-ориентированные задания выполнены в полном объеме, но при анализе и интерпретации полученных результатов допущены незначительные ошибки, выводы – достаточно обоснованы, но неполны	29-39
Практико-ориентированные задания выполнены не в полном объеме, при анализе и интерпретации полученных результатов допущены ошибки, выводы – неполные или отсутствуют	1-28
Практико-ориентированные задания выполнены полностью неверно или отсутствует решение	0

Максимальный балл за решение двух практических заданий	50

Итоговая оценка формируется из суммы набранных баллов за выполнение зачетного задания (2 теоретических вопросов и 2 практических заданий) и соответствует шкале:

- 0 – 50 баллов (незачтено),
- 51 – 100 баллов (зачтено).

Практико-ориентированные задания

Вопросы к опросу (коллоквиуму)

1. Понятие метрического пространства. Метрическое пространство R^n.
2. Сходимость последовательности точек в метрическом пространстве. Открытые и замкнутые множества в метрическом пространстве. Компакт.
3. Понятие функции многих переменных. Предел функции многих переменных в точке.
4. Предел по множеству.
5. Повторные пределы. Бесконечные пределы.
6. Непрерывность функции многих переменных.
7. Свойства функций непрерывных на компакте. Промежуточные значения непрерывной функции.
8. Частные производные.
9. Дифференцируемость функции многих переменных. Геометрический смысл.
10. Необходимое и достаточные условия дифференцируемости в точке.
11. Дифференцирование сложной функции.
12. Дифференциал. Инвариантность формы первого дифференциала.
13. Производная по направлению. Градиент.
14. Частные производные и дифференциалы высших порядков.
15. Неявные функции.
16. Экстремум, необходимое и достаточные условия.
17. Условный экстремум.
18. Мера Жордана в R^n.
19. Определение кратного интеграла. Критерий интегрируемости.
20. Свойства кратного интеграла.
21. Формула сведения двойного интеграла по прямоугольнику к повторному.
22. Формула сведения двойного интеграла по элементарной области к повторному.
23. Сведение тройных интегралов к повторным.
24. Формула замены переменной в кратном интеграле.
25. Использование полярных координат для вычисления двойных интегралов.
26. Использование цилиндрических и сферических координат для вычисления тройных интегралов.
27. Приложения двойных интегралов.
28. Приложения тройных интегралов.
29. Криволинейные интегралы первого рода.
30. Криволинейные интегралы второго рода.
31. Формула Грина.
32. Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования.

Критерии оценивания. Максимальное количество баллов по всем темам – 50:

Критерии оценивания выполнения ответа на отдельный вопрос	Баллы
Обучающийся ответил правильно	2

Обучающийся не ответил правильно	0 – 1
Максимальный балл за ответ на один вопрос	2

Индивидуальное домашнее задание

Часть 1. Дифференцируемость функции нескольких переменных

Задание 1. Исследовать функции на дифференцируемость:

1. $z = \begin{cases} \dfrac{x^3+y^3}{x^2+y^2}; x^2+y^2 \neq 0 \\ 0; x^2+y^2=0 \end{cases}$
2. $z = \begin{cases} \sqrt{x^2+y^2}\sin\dfrac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}; x^2+y^2 \neq 0 \\ 0; x^2+y^2=0 \end{cases}$
3. $z = \begin{cases} \left(x^2+y^2\right)\sin\dfrac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}; x^2+y^2 \neq 0 \\ 0; x^2+y^2=0 \end{cases}$
4. $z = \sqrt{|xy|}$
5. $z = \begin{cases} \sqrt{x^2+y^2}\cos\dfrac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}; x^2+y^2 \neq 0 \\ 0; x^2+y^2=0 \end{cases}$
6. $z = \begin{cases} \left(x^2+y^2\right)\cos\dfrac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}; x^2+y^2 \neq 0 \\ 0; x^2+y^2=0 \end{cases}$
7. $z = \sqrt{x^2+y^2}$
8. $z = \sqrt{x^4+y^4}$
9. $z = \sqrt[4]{x^4+y^4}$
10. $z = \sqrt[3]{x^3+y^3}$

Задание 2. Дана функция $z = f(x,y)$ и точки $A(x_0;y_0)$ и $B(x_1;y_1)$. Требуется:

а) вычислить значение z_1 функции в т. B;

б) вычислить $\approx$ значение $\tilde{z}_1$ функции в т. B исходя из значения z_0 функции в т. A, заменив приращение функции при переходе от т. A к B её дифференциалов и оценить в % относительную погрешность, возникающую при замене приращения функции её дифференциалом.

1. $z = x^2 + xy + y^2$ $\quad A(1;2) \quad B(1,02;1,96)$
2. $z = 3x^2 - xy + x + y$ $\quad A(1;3) \quad B(1,06;2,92)$
3. $z = x^2 - 3xy - 6y$ $\quad A(4;1) \quad B(3,96;1,03)$
4. $z = x^2 - y^2 + 6x + 3y$ $\quad A(2;3) \quad B(2,02;2,97)$
5. $z = x^2 + 2xy + 3y^2$ $\quad A(2;1) \quad B(1,96;1,04)$
6. $z = x^2 + y^2 + 2x + y - 1$ $\quad A(2;4) \quad B(1,96;3,91)$

7. $z=3x^2+2y^2-xy$ $A(-1;3)$ $B(-0,98;2,97)$

8. $z=x^2-y^2+5x+4y$ $A(3;3)$ $B(3,02;2,98)$

9. $z=2xy+3y^2-5x$ $A(3;4)$ $B(3,04;3,95)$

10. $z=xy+2y^2-2x$ $A(1;2)$ $B(0,97;2,03)$

Задание 3. Даны функция $z=f(x,y)$, т. $A(x_0;y_0)$ и вектор $\vec{a}$. Найти:

а) $grad(z)$ в точке A;

б) производную в точке A по направлению вектора $\vec{a}$.

1. $z=x^2+xy+y^2$ $A(1;1)$ $\vec{a}=2\vec{i}-\vec{j}$
2. $z=2x^2+3xy+y^2$ $A(2;1)$ $\vec{a}=3\vec{i}-4\vec{j}$
3. $z=\ln\left(5x^2+3y^2\right)$ $A(1;1)$ $\vec{a}=3\vec{i}+2\vec{j}$
4. $z=\ln\left(5x^2+4y^2\right)$ $A(1;1)$ $\vec{a}=2\vec{i}-\vec{j}$
5. $z=5x^2+6xy$ $A(2;1)$ $\vec{a}=\vec{i}+2\vec{j}$
6. $z=arctg(xy)^2$ $A(2;3)$ $\vec{a}=4\vec{i}-3\vec{j}$
7. $z=\arcsin\dfrac{x^2}{y}$ $A(1;2)$ $\vec{a}=5\vec{i}-12\vec{j}$
8. $z=\ln\left(3x^2+4y^2\right)$ $A(1;3)$ $\vec{a}=2\vec{i}-\vec{j}$
9. $z=3x^4+2x^2y^3$ $A(-1;2)$ $\vec{a}=4\vec{i}-3\vec{j}$
10. $z=3x^2y^2+5y^2x$ $A(1;1)$ $\vec{a}=2\vec{i}+\vec{j}$

Задание 4. Выполнить:

1. $z=\dfrac{y}{\left(x^2-y^2\right)^5}$, показать, что $\dfrac{1}{x}\dfrac{\partial z}{\partial x}+\dfrac{1}{y}\dfrac{\partial z}{\partial y}=\dfrac{z}{y^2}$
2. $z=\dfrac{y^2}{3x}+\arcsin(xy)$, показать, что $x^2\dfrac{\partial z}{\partial x}-xy\dfrac{\partial z}{\partial y}+y^2=0$
3. $z=\ln(x^2+y^2+2x+1)$, показать, что $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}=0$
4. $z=e^{xy}$, показать, что $x^2\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}-2xy\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}+y^2\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}+2xyz=0$
5. $z=\ln(x+e^{-y})$, показать, что $\dfrac{\partial z}{\partial x}\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}-\dfrac{\partial z}{\partial y}\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}=0$
6. $z=x^y$, показать, что $y\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=(1+y\ln x)\dfrac{\partial z}{\partial x}$
7. $z=\dfrac{x}{y}$, показать, что $x\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}-\dfrac{\partial z}{\partial y}=0$
8. $z=xe^{\frac{y}{x}}$, показать, что $x^2\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}+2xy\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}+y^2\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}=0$
9. $z=\sin(x+ay)$, показать, что $\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}=a^2\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}$
10. $z=\cos y+(y-x)\sin y$, показать, что $(x-y)\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=\dfrac{\partial z}{\partial y}$

Задание 5.

а) Исследовать функцию на экстремум.

б) Найти наименьшее и наибольшее значение функции $z = f(x, y)$ в замкнутой области D, заданной системой неравенств. Сделать чертеж области D.

1.	$z = x^2 + y^2 - 9xy + 27$	$0 \le x \le 3$	$0 \le y \le 3$	
2.	$z = x^2 + 2y^2 + 1$	$x \ge 0$	$y \ge 0$	$x + y \le 3$
3.	$z = 3 - 2x^2 - xy - y^2$	$x \le 1$	$y \ge 0$	$y \le x$
4.	$z = x^2 + 3y^2 + x - y$	$x \ge 1$	$y \ge -1$	$x + y \le 1$
5.	$z = x^2 + 2xy + 2y^2$	$-1 \le x \le 1$	$0 \le y \le 2$	
6.	$z = 5x^2 - 3xy + y^2 + 4$	$x \ge -1$	$y \ge -1$	$x + y \le 1$
7.	$z = 10 + 2xy - x^2$	$0 \le y \le 4 - x^2$		
8.	$z = x^2 + 2xy - y^2 + 4x$	$x \le 0$	$y \le 0$	$x + y + 2 \ge 0$
9.	$z = x^2 + xy - 2$	$4x^2 - 4 \le y \le 0$		
10.	$z = x^2 + xy$	$-1 \le x \le 1$	$0 \le y \le 3$	

Задание 6.

1. Показать, что если $z = f(x + \varphi(y))$, то $\dfrac{\partial z}{\partial x}\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \dfrac{\partial z}{\partial y}\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}$
2. $z = x\varphi\left(\dfrac{y}{x}\right) + y\psi\left(\dfrac{y}{x}\right)$, показать, что $x^2\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2xy\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + y^2\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$
3. $z = x^n\varphi\left(\dfrac{y}{x}\right) + y^{-n}\psi\left(\dfrac{y}{x}\right)$, показать, что $x^2\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2xy\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + y^2\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2} + x\dfrac{\partial z}{\partial x} + y\dfrac{\partial z}{\partial y} = 0$
4. $z = xf(y^2 - x^2)$, показать, что $x^2\dfrac{\partial z}{\partial y} + xy\dfrac{\partial z}{\partial x} = yz$
5. $z = x^n f\left(\dfrac{y}{x^2}\right)$, показать, что $x\dfrac{\partial z}{\partial x} + 2y\dfrac{\partial z}{\partial y} = nz$
6. $z = yf(x^2 - y^2)$, показать, что $y^2\dfrac{\partial z}{\partial x} + xy\dfrac{\partial z}{\partial y} = xz$
7. $U = f(x^2 + y^2)$, показать, что $y\dfrac{\partial U}{\partial x} - x\dfrac{\partial U}{\partial y} = 0$
8. $U = \left(\dfrac{y^2}{3x}\right) + f(xy)$, показать, что $x^2\dfrac{\partial U}{\partial x} - xy\dfrac{\partial U}{\partial y} + y^2 = 0$
9. $U = x^n f\left(\dfrac{y}{x^\alpha}; \dfrac{z}{x^\beta}\right)$, показать, что $x\dfrac{\partial U}{\partial x} + \alpha y\dfrac{\partial U}{\partial y} + \beta z\dfrac{\partial U}{\partial z} = nU$
10. $U = \dfrac{xy}{z}\ln z + xf\left(\dfrac{y}{x}; \dfrac{z}{x}\right)$, показать, что $x\dfrac{\partial U}{\partial x} + y\dfrac{\partial U}{\partial y} + z\dfrac{\partial U}{\partial z} = U + \dfrac{xy}{z}$

Задание 7. Найти dz и d^2z:

1. $e^z + x^2y + z + 5 = 0$
2. $z^3x^2 + y^2 + z^2 = R^2$
3. $z^2 - 3zy^2 + z^3x^3 + 8y^2x - 5x = 0$

4. $2x^2+2y^2+z^2+8xz-z+8=0$
5. $5x^2+5y^2+5z^2-2xy-2yz-2xz-72=0$
6. $z^2x+3xy^2-z^3y+5x-6y=0$
7. $\dfrac{x^3}{3}+2y^2-z^2x+z+10=0$
8. $x^2y^2+4xz+4+\dfrac{z^2+z}{2}=0$
9. $z^2+xyz-xy^2-x^3=0$
10. $x^2+y^2+z^2-2x+2y-4z-10=0$

Критерии оценивания индивидуальных заданий (Часть 1).
Максимальное количество баллов за отдельный вариант индивидуальной работы – 25.

Для заданий:

Критерий оценивания	Баллы
Задание выполнено в полном объеме, допускаются вычислительные ошибки на финальном этапе решения	3
Задание выполнено с ошибочными промежуточными выводами и расчетами (неправильно определен тип уравнения и/или применен несоответствующий алгоритм; вычислительные промежуточные ошибки, приводящие к неправильным выводам)	1 – 2
Задание выполнено полностью неверно или отсутствует решение	0
Максимальный балл за одно индивидуальное задание	3

Индивидуальное домашнее задание

Часть 2. Криволинейные и кратные интегралы и их приложения

Вариант 1

1. Задать область с помощью неравенств: $\begin{cases} y^2=2x+1 \\ x-y-1=0 \end{cases}$
2. Изменить порядок интегрирования $\int\limits_0^2 dx \int\limits_{-\sqrt{1-(x-1)^2}}^{0} f(x,y)dy$
3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями
$y^2=4ax, \quad x+y=3a, \quad y=0, \ (a>0)$
4. Переходя к полярным координатам, вычислить $\iint\limits_D \left(1-\dfrac{y^2}{x^2}\right)dxdy$, если $D=\{x^2+y^2\le\pi^2$
5. Найти объем и площадь полной поверхности $z=0;\ x+y=3;\ z=2x;\ x=\sqrt{\dfrac{y}{2}}$
6. В $\iiint\limits_V f(x,y,z)dV$ перейти к криволинейным координатам, где V – ограничен поверхностями: $z^2=x^2+y^2; \quad z=1.$

7. Вычислить криволинейный интеграл I рода $\int\limits_{AB} \frac{y}{\sqrt{x}} dl$, где AB - дуга параболы $y^2 = \frac{4}{9} x^3$ от $A\left(3; 2\sqrt{3}\right)$до $B\left(8; \frac{32\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)$

8. Вычислить криволинейный интеграл $\int\limits_C (x+y)dx + (2x-y)dy$, вдоль окружности $x = 5\cos\varphi,\ y = 5\sin\varphi$ (против часовой стрелки):
   a) непосредственно,
   b) по формуле Грина.

Вариант 2

1. Задать область с помощью неравенств: $\begin{cases} y^2 - y = x \\ y = x \end{cases}$

2. Изменить порядок интегрирования $\int\limits_0^4 dx \int\limits_{2\sqrt{x}}^{8-x} f(x,y)dy$.

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $y^2 = 10x + 25, \quad y^2 = -6x + 9$

4. Переходя к полярным координатам, вычислить $\iint\limits_D \frac{dxdy}{x^2 + y^2 + 1}$, где $D: \begin{cases} y = \sqrt{1-x^2} \\ y = 0 \end{cases}$

5. Найти объем и площадь полной поверхности $x^2 + y^2 = cz;\ \ x^2 + y^2 = ax;\ \ z = 0$

6. Перейти к криволинейным координатам в $\iiint\limits_V f(x,y,z)dV$, где $V: \begin{cases} x^2 + y^2 = x \\ z = \pm 1 \end{cases}$.

7. Вычислить криволинейный интеграл I рода $\int\limits_L \sqrt{x^2 + y^2} dl$, где L – окружность $x^2 + y^2 = ax$.

8. Вычислить криволинейный интеграл $\int\limits_C (2x - 3y)dx + xdy$, вдоль эллипса $x = 4\cos\varphi$, $y = 3\sin\varphi$ (против часовой стрелки)
   a) непосредственно,
   b) по формуле Грина.

Вариант 3

1. Задать область с помощью неравенств: $\begin{cases} y = 2x - x^2 \\ x^2 - 2x + y^2 = 0 \end{cases}$

2. Изменить порядок интегрирования $\int\limits_0^1 dy \int\limits_{-\sqrt{1-y^2}}^{1-y} f(x,y)dx$

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = \sin x, y = \cos x, x = 0$

4. Переходя к полярным координатам, вычислить $\iint\limits_D (x^2 + y^2)dxdy$, где $D: \{x^2 + y^2 = 2ax\}$

5. Найти объем и площадь полной поверхности $x = 0;\ y = 0;\ z = 0;\ x + y = 2;\ y = \sqrt{1-z}$

6. Перейти к криволинейным координатам в $\iiint\limits_V f(x,y,z)dV$, где $V: \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 4 \\ x^2 + y^2 = 4 - 4z \end{cases}$.

7. Вычислить криволинейный интеграл I рода $\int\limits_L \frac{dl}{x^2+y^2+z^2}$, где L – первый виток винтовой линии $L: \begin{cases} x = a\cos t \\ y = a\sin t, \quad 0 \le t \le 2\pi \\ z = bt \end{cases}$

8. Вычислить криволинейный интеграл $\int\limits_C (x+y)dx + (x-y)dy$, вдоль окружности

$\begin{cases} x = 4\cos t \\ y = 4\sin t, \\ 0 \le t \le 2\pi \end{cases}$

a) непосредственно,
b) по формуле Грина.

Вариант 4

1. Задать область с помощью неравенств. $\begin{cases} x = \sin \pi y, \ -1 \le y \le 1 \\ y = (x+1)^2 \\ x = -1 \end{cases}$

2. Изменить порядок интегрирования $\int\limits_0^1 dy \int\limits_{1-y}^{\sqrt{1-y}} f(x,y)dx$

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = \frac{16}{x^2}, y = 17 - x^2, \ x > 0, \ y > 0$.

4. Переходя к полярным координатам, вычислить $\iint\limits_D \frac{\sin\sqrt{x^2+y^2}}{\sqrt{x^2+y^2}} dxdy$, где

$D: \begin{cases} x^2 + y^2 = \frac{\pi^2}{9} \\ x^2 + y^2 = \pi^2 \end{cases}$.

5. Найти объем и площадь полной поверхности $x^2 + y^2 = 2ax; \ ; z = \alpha x; \ z = \beta x; \ \alpha < \beta$

6. Перейти к криволинейным координатам в $\iiint\limits_V f(x,y,z)dV$, где $V: \begin{cases} x^2 + y^2 = 2z \\ z = 3 \end{cases}$.

7. Вычислить криволинейный интеграл I рода $\int\limits_L \sqrt{x^2+y^2+z^2}\,dl$, где L – первый виток винтовой линии $L: \begin{cases} x = \cos t \\ y = \sin t, \quad 0 \le t \le 2\pi \\ z = t \end{cases}$.

8. Вычислить криволинейный интеграл $\int\limits_C xdy - ydx$, вдоль треугольника с вершинами A(-2;0), B(2,0) и D(0,2).

a) непосредственно,
b) по формуле Грина.

Вариант 5

1. Задать область с помощью неравенств $\begin{cases} \rho_1 = \sqrt{\cos 2\varphi} \\ \rho_2 = \sqrt{2}\sin\varphi \end{cases}$ вне ρ_1.

2. Изменить порядок интегрирования $\int\limits_0^4 dy \int\limits_{-\sqrt{4-y}}^{\sqrt{4-y}} f(x,y)dx$

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $y^2 = x,\ x = \dfrac{3}{4}y^2 + 1$.

4. Переходя к полярным координатам, вычислить $\iint\limits_D \sqrt{x^2+y^2}\,dxdy$, где $D:\begin{cases} x^2+y^2=a^2 \\ x^2+y^2=4a^2 \end{cases}$

5. Найти объем и площадь полной поверхности $z=1-x^2;\ z=0;\ y=0;\ y=3-x$

6. Перейти к криволинейным координатам в $\iiint\limits_V f(x,y,z)dV$, где $V:\begin{cases} z=6-x^2-y^2 \\ z=\sqrt{x^2+y^2} \end{cases}$.

7. Вычислить криволинейный интеграл I рода $\int\limits_L y\,dl$, где L – дуга окружности

$L:\begin{cases} x=\cos t \\ y=\sin t \end{cases},\ 0\le t\le 2\pi$.

8. Вычислить криволинейный интеграл $\int\limits_C -x^2y\,dx + xy^2dy$, вдоль окружности $x=R\cos t$, $y=R\sin t$.
   a) непосредственно,
   b) по формуле Грина.

Вариант 6

1. Задать область с помощью неравенств $\begin{cases} \rho_1=\sin\varphi \\ \rho_2=1+\cos\varphi \end{cases}$ вне ρ_1.

2. Изменить порядок интегрирования $\int\limits_0^4 dx \int\limits_0^{\sqrt{25-x^2}} f(x,y)dy$

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $\begin{cases} x+y=1 \\ \sqrt{x}+\sqrt{y}=1 \end{cases}$.

4. Переходя к полярным координатам, вычислить $\iint\limits_D y\,dxdy$, где $D:\begin{cases} x^2+y^2=ax \\ y\ge 0,\ x=a \end{cases}$

5. Найти объем и площадь полной поверхности $x^2+y^2=z^2;\quad x^2+y^2=ax;\quad z>0$

6. Перейти к криволинейным координатам в $\iiint\limits_V f(x,y,z)dV$, где $V:\begin{cases} x^2+y^2=z \\ x^2+y^2=4 \\ z=0 \end{cases}$.

7. Вычислить криволинейный интеграл I рода $\int\limits_L y^2dl$, где L – первая арка циклоиды

$\begin{cases} x=a(t-\sin t) \\ y=a(1-\cos t) \\ 0\le t\le 2\pi \end{cases}$.

8. Вычислить криволинейный интеграл $\int\limits_C (x+y)dx - 2y\,dy$, вдоль треугольника с вершинами A(0;1), B(2,5) и C(0,5)
   a) непосредственно,
   b) по формуле Грина.

Вариант 7

1. Задать область с помощью неравенств $\begin{cases} \rho_1 = \dfrac{3}{2}a \\ \rho_2 = a(1+\cos\varphi) \end{cases}$.
2. Изменить порядок интегрирования $\int\limits_1^4 dx \int\limits_0^{\sqrt{x}} f(x,y)dy$
3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $y=(x-4)^2,\ y=16-x^2$
4. Переходя к полярным координатам, вычислить $\iint\limits_D \sin\sqrt{x^2+y^2}\,dxdy$, где $D:\begin{cases} x^2+y^2=\pi^2 \\ x^2+y^2=4\pi^2 \end{cases}$.
5. Найти объем и площадь полной поверхности $x^2=y;\ z=1-y;\ z=0$
6. Перейти к криволинейным координатам в $\iiint\limits_V f(x,y,z)dV$, где $V:\begin{cases} x^2+y^2=z^2 \\ x=h \end{cases}$.
7. Вычислить криволинейный интеграл I рода $\int\limits_L \left(2z-\sqrt{x^2+y^2}\right)dl$, где L – дуга кривой $\begin{cases} x=t\cos t \\ y=t\sin t \\ z=t,\ 0\le t\le 2\pi \end{cases}$.
8. Вычислить криволинейный интеграл $\int\limits_L (x-y)dx+xdy$, вдоль квадрата со сторонами $x=\pm Q,\ y\pm Q$
   a) непосредственно,
   b) по формуле Грина.

Вариант 8

1. Задать область с помощью неравенств $\begin{cases} \rho_1 = a\cos\varphi \\ \rho_2 = a(1+\cos\varphi) \end{cases}$ вне ρ_1.
2. Изменить порядок интегрирования $\int\limits_0^2 dy \int\limits_0^{y^2} f(x,y)dx$
3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $y=4x^2,\ y=\dfrac{x^2}{9}, y=2$.
4. Переходя к полярным координатам, вычислить $\iint\limits_D \left(x^2+y^2\right)dxdy$, где $D:\left\{x^2+y^2=2ay\right.$
5. Найти объем и площадь полной поверхности $x^2+y^2=az;\ \ x+z=2a;\ z>0$.
6. Перейти к криволинейным координатам в $\iiint\limits_V f(x,y,z)dV$, где $V:\begin{cases} x^2+y^2+z^2=a^2 \\ x^2+y^2=R^2 \end{cases}, a>R\cdot$
7. Вычислить криволинейный интеграл I рода $\int\limits_L \left(x^2+y^2\right)^n dl$, где L – окружность $x^2+y^2=a^2$.
8. Вычислить криволинейный интеграл $\int\limits_L ydx+ady$, где L – линия, образованная полуосями координат и первой четвертью эллипса $x=a\cos t,\ y=b\sin t$

a) непосредственно,
b) по формуле Грина.

Вариант 9

1. Задать область с помощью неравенств. $\begin{cases} y = x^2 - |x| \\ x^2 + y^2 - 2y = 0 \\ x = -1, \quad x = 1 \end{cases}$.

2. Изменить порядок интегрирования $\int_0^{\frac{1}{2}} dy \int_y^{\sqrt{y}} f(x,y)dx$

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $\begin{cases} y = -x^2 - 2x + 3 \\ y = 7 - 6x \\ x = 0 \end{cases}$.

4. Переходя к полярным координатам, вычислить $\iint_D \sqrt{R^2 - x^2 - y^2}\,dxdy$, где $D: \begin{cases} x^2 + y^2 = R^2 \\ y = x,\ y = \sqrt{3}x \end{cases}$.

5. Найти объем и площадь полной поверхности $xy = cz;\ x^2 + y^2 = ax;\ z = 0; (c > 0)$

6. Перейти к криволинейным координатам в $\iiint_V f(x,y,z)dV$, где $V: \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = a^2 \\ x^2 + y^2 - z^2 = 0 \\ z > 0 \end{cases}$.

7. Вычислить криволинейный интеграл I рода $\int_S \sqrt{x^2 + y^2}\,dl$, где S – дуга кривой $\begin{cases} x = a(\cos t + t\sin t) \\ y = a(\sin t - t\cos t) \\ 0 \le t \le 2\pi \end{cases}$.

8. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L -xdx - ydy$, где L – линия, образованная полуосями координат и первой четвертью эллипса $x = a\cos t$, $y = b\sin t$
   a) непосредственно,
   b) по формуле Грина.

Вариант 10

1. Задать область с помощью неравенств. $\begin{cases} y^2 - y = x \\ y = \sin x \\ x = \pi \end{cases}$.
2. Изменить порядок интегрирования $\int_0^1 dx \int_{-x^2}^{x^2} f(x,y)dy$
3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = \cos x, y = x + 1, y = 0$
4. Переходя к полярным координатам, вычислить $\iint_D \frac{dxdy}{x^2 + y^2}$, где $D: \begin{cases} x^2 + y^2 = 4x,\ y = x \\ x^2 + y^2 = 8x,\ y = 2x \end{cases}$
5. Найти объем и площадь полной поверхности $x = 0;\ y = 0;\ z = 0;\ y + z = 1;\ x + 1 = y^2$
6. Перейти к криволинейным координатам в $\iiint_V f(x,y,z)dV$, где $V: \begin{cases} x^2 + y^2 - z^2 = 0 \\ z = 6 - x^2 - y^2 \end{cases}$.

7. Вычислить криволинейный интеграл I рода $\int_L (x^2 + y^2 + z^2) dl$, где L – дуга кривой
$$L: \begin{cases} x = a\cos t \\ y = a\sin t \\ z = bt \\ 0 \le t \le 2\pi \end{cases}.$$
8. Вычислить криволинейный интеграл $\int_C (x - y)dx + xdy$, вдоль прямоугольника со сторонами $x = \pm a,\ y \pm b$
   a) непосредственно,
   b) по формуле Грина.

Критерии оценивания индивидуальных заданий (Часть 2).
Максимальное количество баллов за отдельный вариант индивидуальной работы – 25.

Для заданий:

Критерий оценивания	Баллы
Задание выполнено в полном объеме, допускаются вычислительные ошибки на финальном этапе решения	3
Задание выполнено с ошибочными промежуточными выводами и расчетами (неправильно определен тип уравнения и/или применен несоответствующий алгоритм; вычислительные промежуточные ошибки, приводящие к неправильным выводам)	1 – 2
Задание выполнено полностью неверно или отсутствует решение	0
Максимальный балл за одно индивидуальное задание	3

3 курс

Вопросы к экзамену

1. Сходящийся числовой ряд и его сумма. Сходимость ряда, являющегося суммой членов геометрической прогрессии. Необходимо условие сходимости ряда.
2. Свойства сходящихся рядов. Критерий Коши сходимости ряда.
3. Критерий сходимости ряда с неотрицательными членами. Интегральный признак сходимости ряда.
4. Признак сравнения.
5. Признак Даламбера.
6. Признак Коши.
7. Абсолютно сходящиеся ряды и их свойства.
8. Знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница. Признаки Дирихле и Абеля для знакопеременных рядов (без доказательства).
9. Условно сходящиеся ряды и их свойства.
10. Сходимость функциональной последовательности и ряда. Равномерная сходимость функциональной последовательности.
11. Определение и критерий равномерной сходимости функционального ряда. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда.
12. Свойства равномерно сходящихся функциональных последовательностей и рядов.
13. Радиус и круг сходимости степенного ряда. Свойства степенных рядов.
14. Формула и ряд Тейлора. Остаточный член формулы Тейлора в форме Лагранжа и в форме Пеано. Условие разложимости функции в ряд Тейлора.

15. Разложение элементарных функций в ряд Тейлора.
16. Понятие ряда Фурье. Разложение в ряд Фурье периодической функции с периодом .
17. Ряд Фурье для функции с периодом .
18. Ряды Фурье для четных и нечетных функций. Разложение в ряд Фурье непериодической функции.

Экзаменационный билет включает 2 теоретических вопроса (формируются из представленных вопросов к экзамену) и 2 практических задания (формируются из перечня заданий, представленных в разделе «Практико-ориентированные задания»).

Максимальное количество баллов за экзаменационное задание – 100 (50 баллов максимально за теоретические вопросы, 50 баллов максимально за решение практических заданий).

Критерии оценивания:

Критерии оценивания теоретического вопроса	Баллы
Изложенный материал фактически верен, наличие глубоких исчерпывающих знаний; правильные, уверенные действия по применению полученных знаний на практике, грамотное и логически стройное изложение материала при ответе	21-25
Наличие твердых и достаточно полных знаний, правильные действия по применению знаний на практике, четкое изложение материала, допускаются отдельные логические и стилистические погрешности, неуверенность и неточность ответов на дополнительные и наводящие вопросы	17-20
Неполный ответ на вопросы; затрудняется ответить на дополнительные вопросы	1-16
Ответ не связан с вопросами, наличие грубых ошибок в ответе, непонимание сущности излагаемого вопроса, неумение применять знания на практике, неуверенность и неточность ответов на дополнительные и наводящие вопросы	0
Максимальный балл за ответ на теоретический вопрос	25

Критерии оценивания практико-ориентированного задания	Баллы
Практико-ориентированные задания выполнены в полном объеме, в представленном решении обоснованно получены правильные ответы, проведен анализ, дана грамотная интерпретация полученных результатов, сделаны выводы; допускаются вычислительные ошибки на финальном этапе решения	40-50
Практико-ориентированные задания выполнены в полном объеме, но при анализе и интерпретации полученных результатов допущены незначительные ошибки, выводы – достаточно обоснованы, но неполны	29-39
Практико-ориентированные задания выполнены не в полном объеме, при анализе и интерпретации полученных результатов допущены ошибки, выводы – неполные или отсутствуют	1-28
Практико-ориентированные задания выполнены полностью неверно или отсутствует решение	0
Максимальный балл за решение двух практических заданий	50

Итоговая оценка формируется из суммы набранных баллов за выполнение экзаменационного билета (2 теоретических вопросов и 2 практических заданий) и соответствует шкале:

– 0 – 50 – неудовлетворительно
– 51 – 66 – удовлетворительно,
– 67 – 83 – хорошо,
– 84 – 100 – отлично.

Практико-ориентированные задания

Вопросы к опросу (коллоквиуму)

1. Сходящийся числовой ряд и его сумма. Сходимость ряда, являющегося суммой членов геометрической прогрессии. Необходимо условие сходимости ряда.
2. Свойства сходящихся рядов. Критерий Коши сходимости ряда.
3. Критерий сходимости ряда с неотрицательными членами. Интегральный признак сходимости ряда.
4. Признак сравнения.
5. Признак Даламбера.
6. Признак Коши.
7. Абсолютно сходящиеся ряды и их свойства.
8. Знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница. Признаки Дирихле и Абеля для знакопеременных рядов (без доказательства).
9. Условно сходящиеся ряды и их свойства.
10. Сходимость функциональной последовательности и ряда. Равномерная сходимость функциональной последовательности.
11. Определение и критерий равномерной сходимости функционального ряда. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда.
12. Свойства равномерно сходящихся функциональных последовательностей и рядов.
13. Радиус и круг сходимости степенного ряда. Свойства степенных рядов.
14. Формула и ряд Тейлора. Остаточный член формулы Тейлора в форме Лагранжа и в форме Пеано. Условие разложимости функции в ряд Тейлора.
15. Разложение элементарных функций в ряд Тейлора.
16. Понятие ряда Фурье. Разложение в ряд Фурье периодической функции с периодом .
17. Ряд Фурье для функции с периодом .
18. Ряды Фурье для четных и нечетных функций. Разложение в ряд Фурье непериодической функции.

Критерии оценивания. Максимальное количество баллов по всем темам – 50:

Критерии оценивания выполнения ответа на отдельный вопрос	Баллы
Обучающийся ответил правильно	2
Обучающийся не ответил правильно	0 – 1
Максимальный балл за ответ на один вопрос	2

Индивидуальное домашнее задание

Вариант 1

1) Найти сумму: $\sum_{n=3}^{\infty}\frac{4-5n}{n(n-1)(n-2)}$

2-6) Исследовать сходимость рядов:

2) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}$ 3) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^{10}}{n^{10}}$ 4) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n}{2n+1}\right)^{2n+2}$ 5) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n+1)^2-1}$ 6) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}$

7) Найти область сходимости: $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2(x-3)^n}{(n^4+1)^2}$

8) Найти сумму степенных рядов: $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1+(-1)^n}{2n+1}x^{2n+1}$

9) Написать разложения по степеням x функции: $x\ln(1+x^2)$

10) Разложить в ряд Тейлора в окрестности точки x_0: $\frac{1}{x}$, $x_0=-2$

11) Вычислить с указанной точностью α значение функции: $\sqrt[4]{17}$, $\alpha=0{,}0001$

12) Взяв указанное число членов разложения подынтегральной функции в степенной ряд, вычислить приближенное значение и указать погрешность вычисления интеграла:

$$\int_0^{\frac{1}{2}}\frac{dx}{\sqrt{1+x^4}},\quad n=4$$

13) Найти первые пять членов разложения дифференциального уравнения в степенной ряд: $y''-(1+x^2)y=0$

$$y(0)=-2,\quad y'(0)=2$$

14) Разложить в ряд Фурье в указанных интервалах функцию:

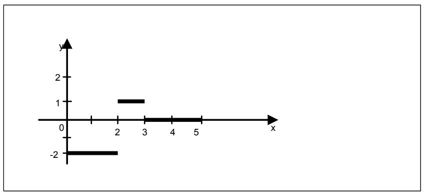
$$f(x)=\begin{cases}3x-4\,; & 0<x\le 2\\ 2\,; & 2<x\le 4\end{cases}$$

15) Разложить в ряд Фурье по косинусам или по синусам в указанном интервале:

$$f(x)=x^2,\ (-1,1).$$

16) Разложить в неполный ряд Фурье только по косинусам и только по синусам в указанном интервале: $f(x)=x+3$, $(0,2)$.

17) Разложить в неполный ряд Фурье только по косинусам и только по синусам следующую графически заданную функцию:



Вариант 2

1) Найти сумму: $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3+5n}{n(n+1)(n+3)}$

2-6) Исследовать сходимость рядов:

2) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\ln(1+n)}$ 3) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n-1}{(2n)!!}$ 4) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{4}{3n+1}\right)^{2n+3}$ 5) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{(n+1)^3}$ 6) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{1}{\sqrt{n}}$

7) Найти область сходимости: $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n+1)^5x^{2n}}{2n+1}$

8) Найти сумму степенных рядов: $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}x^n}{n(n-1)}$

9) Написать разложения по степеням x функции: $\frac{1-e^{-x^2}}{x^2}$

10) Разложить в ряд Тейлора в окрестности точки x_0: $\ln x$, $x_0=1$

11) Вычислить с указанной точностью α значение функции:

$$\cos 0{,}3;\quad \alpha=0{,}0001$$

12) Взяв указанное число членов разложения подынтегральной функции в степенной ряд, вычислить приближенное значение и указать погрешность вычисления интеграла:

$$\int_0^1 \cos\sqrt{x}\,dx\,, \quad n=5$$

13) Найти первые пять членов разложения дифференциального уравнения в степенной ряд: $y''=xyy'$, $y(0)=1$, $y'(0)=1$

14) Разложить в ряд Фурье в указанных интервалах функцию:

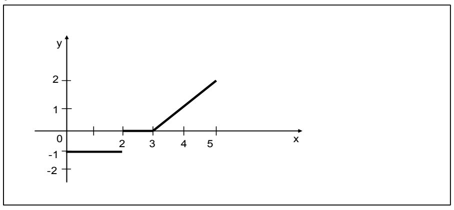
$$f(x)=\begin{cases} 3 & ;2<x\le 3 \\ -2x+8 & ;3<x\le 6 \end{cases}$$

15) Разложить в ряд Фурье по косинусам или по синусам в указанном интервале:

$$f(x)=\sin 2x\,,\ (-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2})\,.$$

16) Разложить в неполный ряд Фурье только по косинусам и только по синусам в указанном интервале: $f(x)=5$, $(0,1)$.

17) Разложить в неполный ряд Фурье только по косинусам и только по синусам следующую графически заданную функцию:



Вариант 3

1) Найти сумму: $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n(n+1)(n+3)}$

2-6) Исследовать сходимость рядов:

$$2)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n\sqrt{1+2n}} \quad 3)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n\cdot n!}{n^n} \quad 4)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{\ln^n(n+1)} \quad 5)\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{n(n+1)}} \quad 6)\ \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{1}{2n+1}\right)^n$$

7) Найти область сходимости: $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(x+3)^n}{(2n+1)\cdot 3^m}$

8) Найти сумму степенных рядов: $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{m+1}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2}\right)x^{n+2}$

9) Написать разложения по степеням x функции: $(1-x^2)arctgx$

10) Разложить в ряд Тейлора в окрестности точки x_0: $\sqrt{x}$, $x_0=4$

11) Вычислить с указанной точностью α значение функции:

$$\sin 0{,}4\,; \quad \alpha=0{,}0001$$

12) Взяв указанное число членов разложения подынтегральной функции в степенной ряд, вычислить приближенное значение и указать погрешность вычисления интеграла:

$$\int_1^{1,5}\frac{1}{x}arctg\,\frac{x}{4}\,dx\,, \quad n=4$$

13) Найти первые пять членов разложения дифференциального уравнения в степенной ряд: $xy''+y=0$, $y(0)=0$, $y'(0)=1$

14) Разложить в ряд Фурье в указанных интервалах функцию:

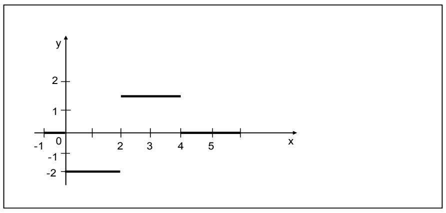
$$f(x)=\begin{cases} 2 & ;3<x\le 6 \\ 6-\frac{2}{3}x & ;6<x\le 9 \end{cases}$$

15) Разложить в ряд Фурье по косинусам или по синусам в указанном интервале:

$$f(x) = |x|,\ (-\pi, \pi).$$

16) Разложить в неполный ряд Фурье только по косинусам и только по синусам в указанном интервале: $f(x) = \dfrac{\pi}{4} - \dfrac{x}{2}$, $(0, \pi)$.

17) Разложить в неполный ряд Фурье только по косинусам и только по синусам следующую графически заданную функцию:



Вариант 4

1) Найти сумму: $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n(n+2)(n+3)}$

2-6) Исследовать сходимость рядов:

2) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \ln\left(\dfrac{n^2}{1+n^2}\right)$ 3) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n^3+1}{2^n}$ 4) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\dfrac{2n+2}{2n+1}\right)^{n+4}$ 5) $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \dfrac{1}{n^2-1}$ 6) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin\dfrac{\pi}{\sqrt{n}}$

7) Найти область сходимости: $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{4^n \cdot (x+1)^{2n}}{n}$

8) Найти сумму степенных рядов: $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \dfrac{1+(-1)^n}{2n+1} x^{2n+1}$

9) Написать разложения по степеням x функции: $\ln\left(\sqrt[3]{\dfrac{1-x}{1+x}}\right)$

10) Разложить в ряд Тейлора в окрестности точки x_0: $\sin\dfrac{\pi x}{4}$, $x_0 = 2$

11) Вычислить с указанной точностью α значение функции: $arctg\,0{,}2$, $\alpha = 0{,}0001$

12) Взяв указанное число членов разложения подынтегральной функции в степенной ряд, вычислить приближенное значение и указать погрешность вычисления интеграла:

$$\int\limits_0^{0,2} \sqrt[3]{1+x^2}\,dx \quad n = 3$$

13) Найти первые пять членов разложения дифференциального уравнения в степенной ряд: $y'' = xy' + y$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$

14) Разложить в ряд Фурье в указанных интервалах функцию:

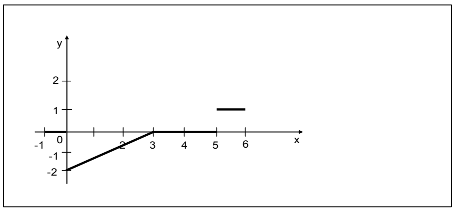
$$f(x) = \begin{cases} 7 - \dfrac{5}{4}x & ;\ 4 < x \le 8 \\ 0 & ;\ 8 < x \le 12 \end{cases}$$

15) Разложить в ряд Фурье по косинусам или по синусам в указанном интервале:

$$f(x) = |\sin x|,\ (-\pi, \pi).$$

16) Разложить в неполный ряд Фурье только по косинусам и только по синусам в указанном интервале: $f(x) = x$, $(0, \dfrac{\pi}{2})$.

17) Разложить в неполный ряд Фурье только по косинусам и только по синусам следующую графически заданную функцию:



Вариант 5

1) Найти сумму: $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{6+n}{n(n+2)(n+3)}$

2-6) Исследовать сходимость рядов:

$$2)\ \sum_{n=1}^{\infty}\sin\frac{\pi}{\sqrt{n}}\quad 3)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n+1)!}{2^n\cdot n!}\quad 4)\ \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2}\quad 5)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2-2n+2}\quad 6)\ \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{3^n}{(2n+1)^n}$$

7) Найти область сходимости: $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-5)^n}{(n+4)\ln(n+4)}$

8) Найти сумму степенных рядов: $\sum_{n=1}^{\infty}nx^n$

9) Написать разложения по степеням x функции: $x\ln(10+x)$

10) Разложить в ряд Тейлора в окрестности точки x_0: $\sqrt[3]{x}$, $x_0=1$

11) Вычислить с указанной точностью α значение функции: $\sqrt[3]{30}$, $\alpha=0{,}0001$

12) Взяв указанное число членов разложения подынтегральной функции в степенной ряд, вычислить приближенное значение и указать погрешность вычисления интеграла:

$$\int_0^1\frac{\sin x}{x}dx,\quad n=3$$

13) Найти первые пять членов разложения дифференциального уравнения в степенной ряд: $y''=xy'-y+e^x,\ y(0)=1,\ y'(0)=1$

14) Разложить в ряд Фурье в указанных интервалах функцию:

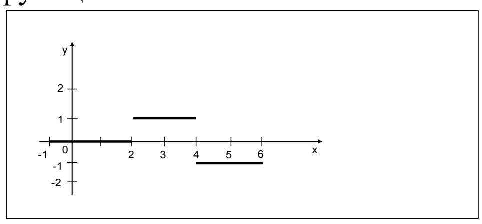
$$f(x)=\begin{cases}0 & ;6<x\le 9\\ x-9 & ;9<x\le 12\end{cases}$$

15) Разложить в ряд Фурье по косинусам или по синусам в указанном интервале:

$$f(x)=x^3,\ (-\pi,\pi).$$

16) Разложить в неполный ряд Фурье только по косинусам и только по синусам в указанном интервале: $f(x)=1-x$, $(0,2)$.

17) Разложить в неполный ряд Фурье только по косинусам и только по синусам следующую графически заданную функцию:



Вариант 6

1) Найти сумму: $\sum_{n=3}^{\infty}\frac{6+n}{(n+1)(n-1)(n+2)}$

2-6) Исследовать сходимость рядов:

$$2)\ \sum_{n=1}^{\infty} tg\frac{\pi}{n+2} \quad 3)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^{n^2-1}}{2^{n^2\sqrt{n}}} \quad 4)\ \sum_{n=1}^{\infty}\left(\left(\frac{n+1}{n}\right)^n\cdot\frac{1}{e}\right)^n \quad 5)\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n\ln^3 n} \quad 6)\ \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{n\sqrt{1+2n}}$$

7) Найти область сходимости: $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(3n-2)(x-3)^n}{(n+1)^2\cdot 2^{n+1}}$

8) Найти сумму степенных рядов: $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n(n+1)}$

9) Написать разложения по степеням x функции: $\sqrt[3]{8-x^3}$

10) Разложить в ряд Тейлора в окрестности точки x_0: $\frac{1}{x^2+3x+2}$, $x_0=-4$

11) Вычислить с указанной точностью α значение функции: $ch0{,}3$, $\alpha=0{,}0001$

12) Взяв указанное число членов разложения подынтегральной функции в степенной ряд, вычислить приближенное значение и указать погрешность вычисления интеграла:

$$\int_0^{0,25}\ln(1+\sqrt{x})dx,\quad n=3$$

13) Найти первые пять членов разложения дифференциального уравнения в степенной ряд: $y''=x+y\cos y'$, $y(0)=1$, $y'(0)=1$

14) Разложить в ряд Фурье в указанных интервалах функцию:

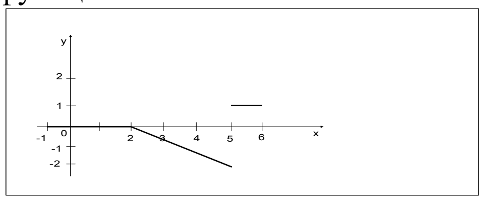
$$f(x)=\begin{cases}\frac{5}{2}x\ ;0<x\le 2\\ 5\ \ ;2<x\le 6\end{cases}$$

15) Разложить в ряд Фурье по косинусам или по синусам в указанном интервале:

$$f(x)=\cos\left(\frac{x}{2}\right),\ (-\pi,\pi).$$

16) Разложить в неполный ряд Фурье только по косинусам и только по синусам в указанном интервале: $f(x)=2x+4$, $(0{,}5)$.

17) Разложить в неполный ряд Фурье только по косинусам и только по синусам следующую графически заданную функцию:



Вариант 7

1) Найти сумму: $\sum_{n=3}^{\infty}\frac{-5+3n}{n(n-1)(n+1)}$

2-6) Исследовать сходимость рядов:

$$2)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{\left(n^3+3\right)^{5/3}} \quad 3)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^{n-1}}{(n-1)!} \quad 4)\ \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3n+2}{5n-1}\right)^{n+1} \quad 5)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+1)\sqrt{n+1}} \quad 6)\ \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\ln\left(1+\frac{a}{n^2}\right)$$

7) Найти область сходимости: $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^5(x+5)^{2n+1}}{(n+1)!}$

8) Найти сумму степенных рядов: $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^{2n+2}}{(2n+1)(2n+2)}$

9) Написать разложения по степеням x функции: $tgx-\sin x-\frac{x^3}{2}$

10) Разложить в ряд Тейлора в окрестности точки x_0: $\frac{1}{\sqrt{3+x}}$, $x_0=-2$

11) Вычислить с указанной точностью α значение функции: $\sqrt[3]{60}$, $\alpha = 0{,}0001$

12) Взяв указанное число членов разложения подынтегральной функции в степенной ряд, вычислить приближенное значение и указать погрешность вычисления интеграла:

$$\int_0^{0,125} \sqrt[3]{x}\cos^2 x dx, \quad n = 3$$

13) Найти первые пять членов разложения дифференциального уравнения в степенной ряд: $y'' - xy' - y = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$

14) Разложить в ряд Фурье в указанных интервалах функцию:

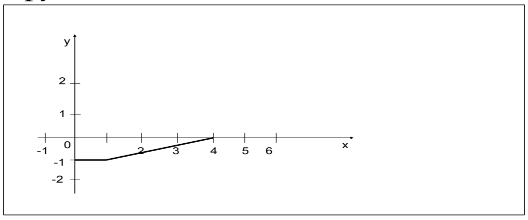
$$f(x) = \begin{cases} -2x + 2 & ; 0 < x \le 2 \\ -2 & ; 2 < x \le 5 \end{cases}$$

15) Разложить в ряд Фурье по косинусам или по синусам в указанном интервале:

$$f(x) = \frac{\pi^2}{12} - \frac{x^2}{4}, \ (-\pi, \pi).$$

16) Разложить в неполный ряд Фурье только по косинусам и только по синусам в указанном интервале: $f(x) = \frac{x-1}{4}$, $(0,3)$.

17) Разложить в неполный ряд Фурье только по косинусам и только по синусам следующую графически заданную функцию:



Вариант 8

1) Найти сумму: $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n(n-2)(n+2)}$

2-6) Исследовать сходимость рядов:

2) $\sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(\frac{n^3+2}{n^3+4}\right)$ 3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n+1}{(n+2)!}$ 4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(3n+4)^n}$ 5) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1+n}{1+n^2}\right)^2$ 6) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^n}{(2n+1)^n \cdot \sqrt{n+1}}$

7) Найти область сходимости: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^{n^2}}{n^n}$

8) Найти сумму степенных рядов: $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1}\left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n+1}\right) \cdot x^n$

9) Написать разложения по степеням x функции: $\frac{sh2x}{x} - 2$

10) Разложить в ряд Тейлора в окрестности точки x_0: $\cos x \cdot chx$, $x_0 = 0$

11) Вычислить с указанной точностью α значение функции: $\ln 0{,}98$, $\alpha = 0{,}0001$

12) Взяв указанное число членов разложения подынтегральной функции в степенной ряд, вычислить приближенное значение и указать погрешность вычисления интеграла:

$$\int_0^{0,25} e^{-x^2} dx, \quad n = 4$$

13) Найти первые пять членов разложения дифференциального уравнения в степенной ряд: $y'' = yy' - x^2$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$

14) Разложить в ряд Фурье в указанных интервалах функцию:

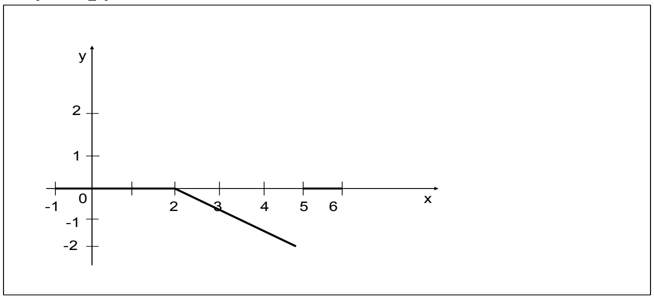
$$f(x) = \begin{cases} 4 & ; 3 < x \le 7 \\ -\frac{1}{2}(x+1) & ; 7 < x \le 9 \end{cases}$$

15) Разложить в ряд Фурье по косинусам или по синусам в указанном интервале:

$$f(x)=\sin\frac{5x}{6},\ (-\pi,\pi).$$

16) Разложить в неполный ряд Фурье только по косинусам и только по синусам в указанном интервале: $f(x)=\frac{1}{2}-x,\ (0,1).$

17) Разложить в неполный ряд Фурье только по косинусам и только по синусам следующую графически заданную функцию:



Вариант 9

1) Найти сумму: $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{-2+3n}{n(n+1)(n+2)}$

2-6) Исследовать сходимость рядов:

2) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n-1)\cdot 2^{2n-1}}$ 3) $\sum\limits_{n=2}^{\infty}\frac{n+1}{2^n(n-1)!}$ 4) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n+1}{n}\right)^{n^2}\cdot\frac{1}{3^n}$ 5) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n}{1+n^2}$ 6) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{2^{n-1}}{n^n}$

7) Найти область сходимости: $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{(x-3)^n}{(n+1)\cdot 5^n}$

8) Найти сумму степенных рядов: $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{x^{n+1}}{n(n+1)}$

9) Написать разложения по степеням x функции: $2x\sin^2 4x^2$

10) Разложить в ряд Тейлора в окрестности точки x_0: $\sin\frac{\pi x}{3}$, $x_0=-2$

11) Вычислить с указанной точностью α значение функции: $\sin 0{,}98$, $\alpha=0{,}0001$

12) Взяв указанное число членов разложения подынтегральной функции в степенной ряд, вычислить приближенное значение и указать погрешность вычисления интеграла:

$$\int\limits_0^{0{,}1}\frac{\ln(1+x)}{x}dx,\quad n=4$$

13) Найти первые пять членов разложения дифференциального уравнения в степенной ряд: $y''=x\sin y^2,\ y(1)=0,\ y'(1)=0$

14) Разложить в ряд Фурье в указанных интервалах функцию:

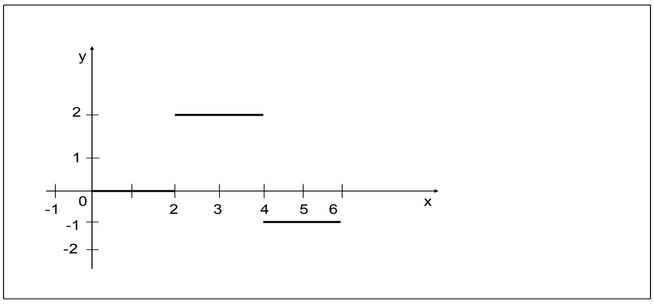
$$f(x)=\begin{cases}\frac{3}{2}x-1 & ;2<x\le 4\\ 5 & ;4<x\le 6\end{cases}$$

15) Разложить в ряд Фурье по косинусам или по синусам в указанном интервале:

$$f(x)=x\sin x,\ (-\pi,\pi).$$

16) Разложить в неполный ряд Фурье только по косинусам и только по синусам в указанном интервале: $f(x)=\frac{x}{4}+2,\ (0,\pi).$

17) Разложить в неполный ряд Фурье только по косинусам и только по синусам следующую графически заданную функцию:



Вариант 10

1) Найти сумму: $\sum\limits_{n=3}^{\infty}\frac{-2+5n}{n(n-1)(n+1)}$

2-6) Исследовать сходимость рядов:

2) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(1-\cos\frac{1}{\sqrt{n}}\right)$ 3) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{(n+2)!}$ 4) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2n}{2n-1}\right)^{n^2}\cdot\frac{1}{2^n}$ 5) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(5n-4)(4n-1)}$ 6) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{2^{n-1}}{(n-1)!}$

7) Найти область сходимости: $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(n-2)^3(x+3)^{2n}}{2n+3}$

8) Найти сумму степенных рядов: $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{x^{2n-1}}{2n-1}$

9) Написать разложения по степеням x функции: $\ln(1-x-6x^2)$

10) Разложить в ряд Тейлора в окрестности точки x_0: $\frac{1}{x^2+4x+7}$, $x_0=-2$

11) Вычислить с указанной точностью α значение функции: $\sqrt[5]{1{,}1}$, $\alpha=0{,}0001$

12) Взяв указанное число членов разложения подынтегральной функции в степенной ряд, вычислить приближенное значение и указать погрешность вычисления интеграла:

$$\int_0^1\sin(x^2)dx,\quad n=4$$

13) Найти первые пять членов разложения дифференциального уравнения в степенной ряд: $y''=xy'-y+1$, $y(0)=0$, $y'(0)=0$

14) Разложить в ряд Фурье в указанных интервалах функцию:

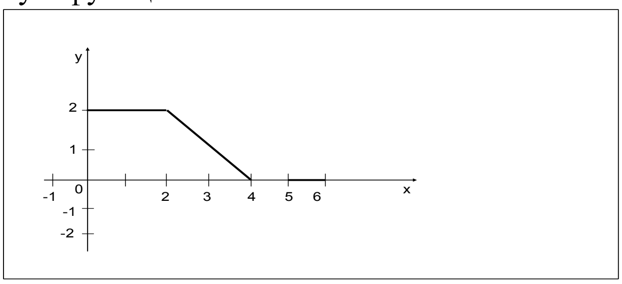
$$f(x)=\begin{cases}0 & ;2<x\le5\\ -\frac{2}{3}(x-5) & ;5<x\le7\end{cases}$$

15) Разложить в ряд Фурье по косинусам или по синусам в указанном интервале:

$$f(x)=1-x^2,\ (-2{,}2).$$

16) Разложить в неполный ряд Фурье только по косинусам и только по синусам в указанном интервале: $f(x)=\pi-2x$, $(0,\frac{\pi}{4})$.

17) Разложить в неполный ряд Фурье только по косинусам и только по синусам следующую графически заданную функцию:



Критерии оценивания индивидуальных заданий.
Максимальное количество баллов за отдельный вариант индивидуальной работы – 50.

Для заданий:

Критерий оценивания	Баллы за задание	
	1	2 – 17
Задание выполнено в полном объеме, допускаются вычислительные ошибки на финальном этапе решения	2	3
Задание выполнено с ошибочными промежуточными выводами и расчетами (неправильно определен тип уравнения и/или применен несоответствующий алгоритм; вычислительные промежуточные ошибки, приводящие к неправильным выводам)	1	1 – 2
Задание выполнено полностью неверно или отсутствует решение	0	0
Максимальный балл за одно индивидуальное задание	2	3

3 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Процедуры оценивания включают в себя текущий контроль и промежуточную аттестацию.

Текущий контроль успеваемости проводится с использованием оценочных средств, представленных в п. 2 данного приложения. Результаты текущего контроля доводятся до сведения обучающихся до промежуточной аттестации.

Промежуточная аттестация проводится в форме экзамена (1, 3 курсы) и зачета (2 курс). Экзамен и зачет проводятся по расписанию промежуточной аттестации в устном виде. Количество вопросов в экзаменационном/зачетном задании (билете) – 4 (2 теоретических вопроса и 2 практико-ориентированных задания). Объявление результатов производится в день экзамена/зачета. Результаты аттестации заносятся в ведомость и зачетную книжку обучающегося.

Обучающиеся, не прошедшие промежуточную аттестацию по графику промежуточной аттестации, должны ликвидировать задолженность в установленном порядке.

Приложение 2

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Учебным планом предусмотрены следующие виды занятий:

– лекции;
– практические занятия.

В ходе лекционных занятий рассматриваются основные теоретические сведения и примеры их практического применения. В ходе практических занятий студенты закрепляют знания, полученные на лекционных занятиях, путем решения задач.

При подготовке к практическим занятиям каждый обучающийся должен:

– изучить рекомендованную учебную литературу;
– изучить конспекты лекций;
– выполнить домашнее задание к предыдущей теме.

Углубленное изучение вопросов лекционных занятий, а также вопросов, не рассмотренных на лекциях и практических занятиях, должны быть изучены обучающимися в ходе самостоятельной работы. Контроль самостоятельной работы обучающихся осуществляется в ходе занятий посредством опроса и решения практико-ориентированных заданий. В ходе самостоятельной работы каждый обучающийся обязан прочитать основную и по возможности дополнительную литературу по изучаемой теме, дополнить конспекты лекций недостающим материалом, выписками из рекомендованных первоисточников. Выделить непонятные термины, найти их значение в литературе. Для подготовки к занятиям, текущему контролю и промежуточной аттестации обучающиеся могут воспользоваться электронно-библиотечными системами.

По своему характеру курс математического анализа является одним из *базовых*, во многом определяющим математическую подготовку бакалавра - выпускника факультета физики, математики, информатики и описывающим общие методы исследования широкого круга математических объектов. Характер дисциплины – теоретическая, фундаментальная. Отбор содержания и организация учебного материала по курсу математического анализа основан на принципах фундаментальности и преемственности в языке, методах и объектах исследования; а также на принципе систематичности в организации и изложении материала и установлении необходимых связей между различными его разделами.

При преподавании дисциплины следует учитывать структуру курса и взаимосвязь между его основными разделами.

В курсе математического анализа явным образом выделяются три большие и взаимосвязанные раздела, посвящённые основным процедурам, исследуемым в этом курсе, а именно: нахождению пределов, дифференцированию, интегрированию.

Теория пределов даёт язык и методы исследования, используемые в дальнейшем при изложении дифференциального и интегрального исчислений. При рассмотрении теории пределов вводятся и исследуются такие важные множества, как R и R^n, и указываются топологические (метрические и нормированные) свойства этих множеств и отображений (числовых функций), заданных на них. В частности, особое внимание уделяется понятию и свойствам предела последовательности и функции. На основе этих результатов выделяется класс непрерывных функций, обладающих полезными локальными и глобальными свойствами. Полученный опыт позволяет обобщить конкретные построения, использованные при изучении функций одной переменной, и перейти к рассмотрению элементов топологии в метрических (нормированных) пространствах.

На основе теории пределов излагается дифференциальное исчисление: изучаются алгебраические свойства производных и способы их вычислений. Эти результаты позволяют вывести основные теоремы (Лагранжа и Коши) дифференциального исчисления и в качестве следствий к ним получит многочисленные приложения к исследованию функций, решению задач на экстремумы т.д. Систематичность в изложении теории пределов и дифференциального исчисления позволяют ознакомить студентов с понятием дифференцирования функций, заданных в нормированных пространствах.

Интегральное исчисление, являющееся в некотором смысле, обратным дифференциальному, излагается на основе теории пределов и дифференциального исчисления. Полученные алгебраические и порядковые свойства интегралов, позволяют вывести теорему Барроу о связи процедур дифференцирования и интегрирования и получить формулу Ньютона – Лейбница. Этот результат дает возможность установить многие удобные способы нахождения площадей плоских фигур, объемов тел, длин кривых, а затем (при изучении интегралов функций нескольких переменных) и площадей поверхностей. Этот материал, в частности, позволяет сформировать у студентов представление об интегрировании в более абстрактных ситуациях (а именно, в пространствах с мерой).

Изложение теории числовых и функциональных рядов конкретизирует понятийный аппарат теории пределов и дифференциального и интегрального исчислений, а также позволяет получить ряд важных методов и приемов для решения широкого круга математических задач.

Учебный план предусматривает только лекционно – практическую форму подачи материала по данной дисциплине, поэтому на лекциях рекомендуем использовать помимо монологического и показательного методов диалогический, эвристический методы, метод проблемного изложения с целью развития творческого мышления студентов и обеспечения обратной связи. Кроме того, рекомендуется на лекциях проводить устные опросы на знание основных понятий и определений. В процессе опросов преподаватель имеет возможность проконтролировать степень усвоения материала, указать студентам на ошибки в формулировках математических предложений и, в случае необходимости, еще раз вернуться к обсуждению материала, вызывающего затруднения. Особенно это важно на первом году обучения, так как студенты впервые встречаются с определениями импликативного типа, определениями-отрицаниями, использованием кванторов в формулировках математических предложений. Большую роль в преподавании дисциплины играют формы контроля и организация самостоятельной работы студентов: проведение коллоквиумов, контрольных работ, выполнение и защита индивидуальных заданий.