Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Ростовский государственный экономический университет (РИНХ)»

УТВЕРЖДАЮ
Директор Таганрогского института
имени А. П. Чехова (филиала)
РГЭУ (РИНХ)
_____________ С. А. Петрушенко
«25» мая 2026 г.

**Рабочая программа дисциплины**
**Численные методы в анализе данных**

Направление подготовки
09.04.03 Прикладная информатика

Направленность (профиль) программы магистратуры
09.04.03.02 Информационные системы и анализ больших данных

Для набора 2026 года

Квалификация
Магистр

КАФЕДРА **информатики**

**Распределение часов дисциплины по семестрам / курсам**

| Семестр (<Курс>.<Семестр на курсе>) | **1 (1.1)** | | Итого | |
|---|---|---|---|---|
| Недель | 18 | | | |
| Вид занятий | УП | РП | УП | РП |
| Лекции | 18 | 18 | 18 | 18 |
| Лабораторные | 18 | 18 | 18 | 18 |
| Итого ауд. | 36 | 36 | 36 | 36 |
| Контактная работа | 36 | 36 | 36 | 36 |
| Сам. работа | 108 | 108 | 108 | 108 |
| Часы на контроль | 36 | 36 | 36 | 36 |
| Итого | 180 | 180 | 180 | 180 |

## ОСНОВАНИЕ

Учебный план утвержден учёным советом вуза от 03.03.2026, протокол № 9.

Программу составил(и): д-р техн. наук, Проф., Ромм Яков Евсеевич

Зав. кафедрой: Тюшнякова И.А.

## 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

| | |
|---|---|
| 1.1 | формирование системы знаний о приближенных методах решения задач анализа данных, возникающих в ходе практической деятельности человека |

## 2. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

| | |
|---|---|
| ОПК-2: | Способен разрабатывать оригинальные алгоритмы и программные средства, в том числе с использованием современных интеллектуальных технологий, для решения профессиональных задач; |
| ОПК-2.1: | Знать современные интеллектуальные технологии для решения профессиональных задач; |
| ОПК-2.2: | Уметь обосновывать выбор современных интеллектуальных технологий и программной среды при разработке оригинальных программных средств для решения профессиональных задач |
| ОПК-7: | Способен использовать методы научных исследований и математического моделирования в области проектирования и управления информационными системами; |
| ОПК-7.1: | Знать логические методы и приемы научного исследования; методологические принципы современной науки, направления, концепции, источники знания и приемы работы с ними; основные особенности научного метода познания; программно-целевые методы решения научных проблем; основы моделирования управленческих решений; динамические оптимизационные модели; математические модели оптимального управления для непрерывных и дискретных процессов, их сравнительный анализ; многокритериальные методы принятия решений; |
| ОПК-7.2: | Уметь осуществлять методологическое обоснование научного исследования; |

| В результате освоения дисциплины обучающийся должен: |
|---|
| **Знать:** |
| современные интеллектуальные технологии для решения профессиональных задач (соотнесено с индикатором ОПК-2.1)<br>логические методы и приемы научного исследования; методологические принципы современной науки, направления, концепции, источники знания и приемы работы с ними; основные особенности научного метода познания; программно-целевые методы решения научных проблем; логические методы и приемы научного исследования; методологические принципы современной науки, направления, концепции, источники знания и приемы работы с ними (соотнесено с индикатором ОПК-7.1) |
| **Уметь:** |
| обосновывать выбор современных интеллектуальных технологий и программной среды при разработке оригинальных программных средств для решения профессиональных задач (соотнесено с индикатором ОПК-2.2)<br>осуществлять методологическое обоснование научного исследования (соотнесено с индикатором ОПК-7.2) |
| **Владеть:** |
| навыками осуществления выбора интеллектуальных технологий при разработке оригинальных программных средств для решения профессиональных задач (соотнесено с индикатором ОПК-2.2)<br>навыками обоснования научных исследований (соотнесено с индикатором ОПК-7.2) |

## 3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### Раздел 1. Вычислительные методы линейной алгебры. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)

| № | Наименование темы, краткое содержание | Вид занятия / работы / форма ПА | Семестр / Курс | Количество часов | Компетенции |
|---|---|---|---|---|---|
| 1.1 | Прямые и итерационные методы. Метод Гаусса решения СЛАУ.<br>Нормы матрицы и вектора. Матричные последовательности и ряды. Метод простой итерации. Итерационный метод Зейделя.<br>План:<br>1. Метод Гаусса решения СЛАУ. Нормы матрицы и вектора. Матричные последовательности и ряды.<br>2. Метод простой итерации Якоби и обращение матрицы.<br>3. Метод Зейделя. Связь с методом простой итерации.<br>4. Случай треугольной матрицы. | Лекционные занятия | 1 | 2 | ОПК-7<br>ОПК-2<br>ОПК-7.1<br>ОПК-7.2<br>ОПК-2.1<br>ОПК-2.2 |
| 1.2 | Метод Гаусса решения СЛАУ. Программная реализация. Нормы матрицы и вектора. Матричные последовательности и ряды. Подготовка СЛАУ к применению итерационных методов. | Лабораторные занятия | 1 | 2 | ОПК-7<br>ОПК-2<br>ОПК-7.1<br>ОПК-7.2<br>ОПК-2.1<br>ОПК-2.2 |
| 1.3 | Метод простой итерации. Параллельные видоизменения с применением к обращению матрицы. Переход итерационного | Лабораторные занятия | 1 | 2 | ОПК-7<br>ОПК-2 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | метода в прямой метод в случае треугольной матрицы. | | | | ОПК-7.1<br>ОПК-7.2<br>ОПК-2.1<br>ОПК-2.2 |
| 1.4 | Метод Зейделя. Связь с методом простой итерации. Параллельные видоизменения. Случай треугольной матрицы. Программирование итерационных методов и их видоизменений. | Самостоятельная работа | 1 | 26 | ОПК-7<br>ОПК-2<br>ОПК-7.1<br>ОПК-7.2<br>ОПК-2.1<br>ОПК-2.2 |
| **Раздел 2. Вычислительные методы линейной алгебры. Полная проблема собственных значений** | | | | | |
| **№** | **Наименование темы, краткое содержание** | **Вид занятия / работы / форма ПА** | **Семестр / Курс** | **Количество часов** | **Компетенции** |
| 2.1 | Собственные значения матрицы. Вековое уравнение. Характеристический многочлен. Метод Леверье. Тождество Гамильтона-Кели.<br>План:<br>1. Постановка полной проблемы собственных значений.<br>2. Метод Леверье развертывания коэффициентов характеристического многочлена.<br>3. Тождество Гамильтона-Кели. Обращение матрицы.<br>4. Параллельная схема метода Леверье и решения СЛАУ. | Лекционные занятия | 1 | 8 | ОПК-7<br>ОПК-2<br>ОПК-7.1<br>ОПК-7.2<br>ОПК-2.1<br>ОПК-2.2 |
| 2.2 | Собственные значения матрицы. Характеристическое уравнение и характеристический многочлен. Связь коэффициентов с минорами и определителем матрицы. | Лабораторные занятия | 1 | 2 | ОПК-7<br>ОПК-2<br>ОПК-7.1<br>ОПК-7.2<br>ОПК-2.1<br>ОПК-2.2 |
| 2.3 | Уравнения Ньютона для симметрических функций. Универсальный метод Леверье развертывания коэффициентов характеристического многочлена. Программирование метода Леверье. | Лабораторные занятия | 1 | 2 | ОПК-7<br>ОПК-2<br>ОПК-7.1<br>ОПК-7.2<br>ОПК-2.1<br>ОПК-2.2 |
| 2.4 | Тождество Гамильтона-Кели. Универсальное обращение матрицы. | Лабораторные занятия | 1 | 2 | ОПК-7<br>ОПК-2<br>ОПК-7.1<br>ОПК-7.2<br>ОПК-2.1<br>ОПК-2.2 |
| 2.5 | Параллельная схема Ксанки. Программная идентификация собственных чисел матрицы на основе устойчивой сортировки. | Самостоятельная работа | 1 | 30 | ОПК-7<br>ОПК-2<br>ОПК-7.1<br>ОПК-7.2<br>ОПК-2.1<br>ОПК-2.2 |
| **Раздел 3. Обзор численных методов дополнительных математических направлений** | | | | | |
| **№** | **Наименование темы, краткое содержание** | **Вид занятия / работы / форма ПА** | **Семестр / Курс** | **Количество часов** | **Компетенции** |
| 3.1 | Обзор численных методов дополнительных разделов математики.<br>План:<br>1. Численные методы решения уравнений в частных производных.<br>2. Численные методы интегро-дифференциальных уравнений.<br>3. Численное решение задач теории вероятностей. | Лекционные занятия | 1 | 8 | ОПК-7<br>ОПК-2<br>ОПК-7.1<br>ОПК-7.2<br>ОПК-2.1<br>ОПК-2.2 |
| 3.2 | Разностные методы решения уравнений в частных производных первого, второго и высших порядков. Метод конечных элементов. | Лабораторные занятия | 1 | 2 | ОПК-7<br>ОПК-2<br>ОПК-7.1<br>ОПК-7.2<br>ОПК-2.1<br>ОПК-2.2 |
| 3.3 | Кусочно-интерполяционный метод решения уравнений в частных производных | Лабораторные занятия | 1 | 2 | ОПК-7<br>ОПК-2<br>ОПК-7.1<br>ОПК-7.2<br>ОПК-2.1<br>ОПК-2.2 |
| 3.4 | Численные методы решения задач теории вероятностей. Вычисление дисперсии. Вычисление математического ожидания. | Лабораторные занятия | 1 | 4 | ОПК-7<br>ОПК-2 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | Метод наименьших квадратов. | | | | ОПК-7.1<br>ОПК-7.2<br>ОПК-2.1<br>ОПК-2.2 |
| 3.5 | Численные методы решения интегро-дифференциальных уравнений. Задача Коши для линейного уравнения с интегральным оператором типа Вольтерры. Интегральное уравнение Вольтерры второго рода. Использование интерполяционных полиномов. | Самостоятельная работа | 1 | 52 | ОПК-7<br>ОПК-2<br>ОПК-7.1<br>ОПК-7.2<br>ОПК-2.1<br>ОПК-2.2 |
| 3.6 | Подготовка к промежуточной аттестации | Экзамен | 1 | 36 | ОПК-7<br>ОПК-2<br>ОПК-7.1<br>ОПК-7.2<br>ОПК-2.1<br>ОПК-2.2 |

## 4. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Структура и содержание фонда оценочных средств для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации представлены в Приложении 1 к рабочей программе дисциплины.

## 5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 5.1. Учебные, научные и методические издания

| | Авторы, составители | Заглавие | Издательство, год | Библиотека / Количество |
|---|---|---|---|---|
| 1 | Фихтенгольц Г. М., Флоринский А. А. | Курс дифференциального и интегрального исчисления: учебное пособие | Москва: Физматлит, 2002 | http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83196 |
| 2 | Гантмахер Ф. Р. | Теория матриц: учебное пособие | Москва: Физматлит, 2010 | http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83224 |
| 3 | Березин И. С., Жидков Н. П. | Методы вычислений | Москва: Государственное издательство физико-математической литературы, 1962 | http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=456944 |
| 4 | Громов, Ю. Ю., Иванова, О. Г., Ивановский, М. А., Мартемьянов, Ю. Ф., Серегин, М. Ю. | Численные методы в информационных системах: учебное пособие | Тамбов: Тамбовский государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2012 | http://www.iprbookshop.ru/64618.html |

### 5.1. Учебные, научные и методические издания

| | Авторы, составители | Заглавие | Издательство, год | Библиотека / Количество |
|---|---|---|---|---|
| 1 | Демидович Б. П., Марон И. А., Шувалова Э. З., Демидович Б. П. | Численные методы анализа: приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения | Москва: Главная редакция физико-математической литературы, 1967 | http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=456948 |
| 2 | Калиткин Н. Н., Самарский А. А. | Численные методы | Москва: Наука, 1978 | http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=456957 |
| 3 | Абрамкин, Г. П. | Численные методы: учебное пособие | Барнаул: Алтайский государственный педагогический университет, 2016 | http://www.iprbookshop.ru/102797.html |

### 5.1. Учебные, научные и методические издания

| | Авторы, составители | Заглавие | Издательство, год | Библиотека / Количество |
|---|---|---|---|---|
| 1 | Ромм, Яков Евсеевич, Тюшнякова, И. А. | Применение сортировки для поиска нулей и особенностей функций с приложением к идентификации плоских изображений: учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений, обучающихся по спец." Математика и информатика" | Таганрог: Изд-во Таганрог. гос. пед. ин-та, 2009 | 14 экз. |

| | Авторы, составители | Заглавие | Издательство, год | Библиотека / Количество |
|---|---|---|---|---|
| 2 | Ромм Я. Е., Буланов С. Г. | Численные методы. Тесты: учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений, обучающихся по спец. "Математика и информатика" | Таганрог: Изд-во Таганрог. гос. пед. ин-та, 2009 | 3 экз. |
| 3 | Ромм, Яков Евсеевич, Аксайская, Л. Н. | Минимизация временной сложности вычисления функций на основе кусочно-полиномиальной интерполяции по Ньютону: учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений по курсу "Численные методы" | Таганрог: Изд-во Таганрог. гос. пед. ин-та, 2011 | 6 экз. |
| 4 | Ромм, Яков Евсеевич, Джанунц, Г. А. | Кусочно-полиноминальные приближения функций и решений дифференциальных уравнений в применении к моделям периодических реакций | Таганрог: Изд-во Таганрог. гос. пед. ин-та им. А. П. Чехова, 2013 | 5 экз. |

**5.2. Профессиональные базы данных и информационные справочные системы**

Научная электронная библиотека https://www.elibrary.ru
Университетская библиотека онлайн https://biblioclub.ru
Научная электронная библиотека «КиберЛенинка» https://cyberleninka.ru/

**5.3. Перечень программного обеспечения**

OpenOffice
Libreoffice

**5.4. Учебно-методические материалы для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья**

При необходимости по заявлению обучающегося с ограниченными возможностями здоровья учебно-методические материалы предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям здоровья и восприятия информации. Для лиц с нарушениями зрения: в форме аудиофайла; в печатной форме увеличенным шрифтом. Для лиц с нарушениями слуха: в форме электронного документа; в печатной форме. Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата: в форме электронного документа; в печатной форме.

## 6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Помещения для всех видов работ, предусмотренных учебным планом, укомплектованы необходимой специализированной учебной мебелью и техническими средствами обучения:
- столы, стулья;
- персональный компьютер / ноутбук (переносной);
- проектор;
- экран / интерактивная доска.

Лабораторные занятия проводятся в компьютерных классах, рабочие места в которых оборудованы необходимыми лицензионными и/или свободно распространяемыми программными средствами и выходом в Интернет, и/или в специализированных лабораториях, предусмотренных образовательной программой.

## 7. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Методические указания по освоению дисциплины представлены в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины.

**Приложение 1**

# ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

## 1. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

1.1 Показатели и критерии оценивания компетенций:

| ЗУН, составляющие компетенцию | Показатели оценивания | Критерии оценивания | Средства оценивания |
|---|---|---|---|
| ОПК-2: Способен разрабатывать оригинальные алгоритмы и программные средства, в том числе с использованием современных интеллектуальных технологий, для решения профессиональных задач | | | |
| *Знать:* современные интеллектуальные технологии для решения профессиональных задач | Осуществление поиска и сбора необходимой литературы, изучение лекционного материала, основной и дополнительной литературы, подготовка доклада, выполнение лабораторных заданий. Выполняет тестовые задания. | Полный, развёрнутый ответ на поставленный вопрос; правильные применение полученных знаний на практике; грамотное и логически стройное изложение материала при ответе на вопрос; правильное определение основных понятий; исчерпывающие ответы на уточняющие и дополнительные вопросы Количество (процент) правильно выполненных тестовых заданий | ЭБ – экзаменационные билеты (1-30), Д - доклад (1-12), ЛЗ - лабораторные задания (1-15), ТЗ - тестовые задания (задания 1-40) |
| *Уметь:* обосновывать выбор современных интеллектуальных технологий и программной среды при разработке оригинальных программных средств для решения профессиональных задач | Решает практические задания по лабораторным работам. Выполняет тестовые задания | Полнота и правильность выполнения практического лабораторного задания. Количество (процент) правильно выполненных тестовых заданий | ЛЗ - лабораторные задания (1-15), ТЗ - тестовые задания (задания 1-40) |
| *Владеть:* навыками осуществления выбора интеллектуальных технологий при разработке оригинальных программных средств для решения профессиональных задач | Решает практические задания по лабораторным работам. Выполняет тестовые задания | Полнота и правильность выполнения практического лабораторного задания. Количество (процент) правильно выполненных тестовых заданий | ЛЗ - лабораторные задания (1-15), ТЗ - тестовые задания (задания 1-40) |
| ОПК-7: Способен использовать методы научных исследований и математического моделирования в области проектирования и управления информационными системами | | | |
| *Знать:* логические методы и приемы научного исследования; методологические принципы современной науки, направления, концепции, источники знания и приемы работы с ними; основные особенности научного метода познания; | Осуществление поиска и сбора необходимой литературы, изучение лекционного материала, основной и дополнительной литературы, подготовка доклада, выполнение лабораторных заданий. Выполняет тестовые задания. | Полный, развёрнутый ответ на поставленный вопрос; правильные применение полученных знаний на практике; грамотное и логически стройное изложение материала при ответе на вопрос; правильное определение основных понятий; исчерпывающие ответы на уточняющие и дополнительные вопросы Количество (процент) правильно выполненных тестовых заданий | ЭБ – экзаменационные билеты (1-30), Д - доклад (1-12), ЛЗ - лабораторные задания (1-15), ТЗ - тестовые задания (задания 1-40) |

| | | | |
|---|---|---|---|
| программно-целевые методы решения научных проблем; логические методы и приемы научного исследования; методологические принципы современной науки, направления, концепции, источники знания и приемы работы с ними | | | |
| *Уметь:* осуществлять методологическое обоснование научного исследования | Решает практические задания по лабораторным работам. Выполняет тестовые задания | Полнота и правильность выполнения практического лабораторного задания. Количество (процент) правильно выполненных тестовых заданий | ЛЗ - лабораторные задания (1-15), ТЗ - тестовые задания (задания 1-40) |
| *Владеть:* навыками обоснования научных исследований | Решает практические задания по лабораторным работам. Выполняет тестовые задания | Полнота и правильность выполнения практического лабораторного задания. Количество (процент) правильно выполненных тестовых заданий | ЛЗ - лабораторные задания (1-15), ТЗ - тестовые задания (задания 1-40) |

### 1.2 Шкалы оценивания:

Текущий контроль успеваемости и промежуточная аттестация осуществляется в рамках накопительной балльно-рейтинговой системы в 100-балльной шкале:

Форма контроля – экзамен:
84-100 баллов (оценка «отлично»);
67-83 баллов (оценка «хорошо»);
50-66 баллов (оценка «удовлетворительно»);
0-49 баллов (оценка «неудовлетворительно»).

## 2 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

**Экзаменационные билеты**
по дисциплине *Численные методы в анализе данных*

Билет № 1
по дисциплине «Численные методы в анализе данных»

1. Понятие приближенных методов вычислений. Погрешность, виды и источники погрешностей.

2. Интерполяционный многочлен Лагранжа.

3. Построить конечные разности 3-го порядка для $e^x$ на $[0,1]$ с шагом h=$\frac{1}{10}$.

Билет № 2
по дисциплине «Численные методы в анализе данных»

1. Постановка задачи интерполирования.

2. Метод Гаусса решения систем линейных алгебраических уравнений.

3. Сколько узлов интерполяции требует интерполяционный многочлен *N*-й степени?

Билет № 3
по дисциплине «Численные методы в анализе данных»

1. Интерполяционный многочлен Ньютона для интерполирования назад.

2. Формула Симпсона для приближенного вычисления определенных интегралов.

3. Как оценить погрешность метода Эйлера решения задачи Коши для уравнения $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$, $y(x_0) = y_0$, на $[a, b]$ в приближении с шагом $h = \frac{1}{100}$?

Билет № 4
по дисциплине «Численные методы в анализе данных»

1. Метод Пикара приближенного решения задачи Коши для дифференциального уравнения $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$, $y(x_0) = y_0$.

2. Нормы матрицы и вектора, канонические и согласованные нормы матрицы и вектора.

3. Применим ли метод Гаусса для решения системы $x = Ax + b$ при $A = \begin{pmatrix} 3 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 3 & \frac{1}{3} \\ 4 & \frac{1}{4} & 3 \end{pmatrix}$ ?

Билет № 5
по дисциплине «Численные методы в анализе данных»
для 2 курса, направления 09.03.03 «Прикладная информатика»

1. Формула трапеций для приближенного вычисления определенных интегралов.

2. Выражение значений функции через разности высших порядков.

3. Как оценить погрешность метода Рунге-Кутта приближенного решения задачи Коши для уравнения $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$, $y(x_0) = y_0$, с шагом $\frac{1}{10}$?

Билет № 7
по дисциплине «Численные методы в анализе данных»

1. Понятие и свойства конечных разностей произвольного порядка.

2. Метод Гаусса решения системы линейных алгебраических уравнений.

3. Как оценить погрешность интерполирования по Лагранжу функции $y = \sin x + \cos x$ на $[0, 1]$ для 10 равноотстоящих узлов интерполяции.

Билет № 6
по дисциплине «Численные методы в анализе данных»

1. Метод Эйлера-Коши приближенного решения уравнения $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$, $y(x_0) = y_0$.

2. Метод Пикара приближенного решения задачи Коши для уравнения $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$, $y(x_0) = y_0$.

3. Будет ли иметь решение система $x = Ax + b$ при $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$?

Билет № 8
по дисциплине «Численные методы в анализе данных»

1. Метод Рунге-Кутта приближенного решения уравнения $\frac{dy}{dx} = f(x, y),\ y(x_0) = y_0$.

2. Обращение матрицы по методу Гаусса.

3. Существует ли решение системы $Ax = b$ при $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 4 & 4 & 4 \end{pmatrix}$?

Билет № 9
по дисциплине «Численные методы в анализе данных»

1. Метод Пикара приближенного решения задачи Коши для уравнения $\frac{dy}{dx} = f(x, y),\ y(x_0) = y_0$.

2. Понятие нормы вектора и нормы матрицы. Канонические и согласованные нормы.

3. Выполнено ли условие обратимости матрицы $E - A,\ E$ - единичная матрица, $A = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ ?

Билет № 11
по дисциплине «Численные методы в анализе данных»

1. Метод Эйлера приближенного решения задачи Коши для уравнения

$\frac{dy}{dx} = f(x, y),\ y(x_0) = y_0$.

2. Матричные последовательности, ряды из матриц, теоремы об их сходимости.

3. С какой погрешностью взят интеграл $\int_a^b f(x)\,dx,\ [a, b] = [0,1]$,

шаг $h = \frac{1}{10}$, $f(x) = e^{-x}$, при приближении по формуле трапеций?

Билет № 10
по дисциплине «Численные методы в анализе данных»

1. Интерполяционный многочлен Ньютона для случая равностоящих узлов.

2. Метод обращения матрицы вида $E - A, \| A \| < 1$.

3. Как по методу Гаусса вычислить определитель матрицы?

Билет № 12
по дисциплине «Численные методы в анализе данных»

1. Интерполяционный многочлен Лагранжа.

2. Понятие конечных разностей и их свойства.

3. Метод Гаусса и его применение для обращения матрицы

Билет № 13
по дисциплине «Численные методы в анализе данных»

1. Метод Эйлера приближенного решения задачи Коши для уравнения
$$\frac{dx}{dy}= f(x, y), y(x_0)= y_0 .$$

2. Формула Симпсона для вычисления $\int_a^b f(x)dx$.

3. Записать формулу метода Эйлера для приближенного решения

уравнения $\frac{dx}{dy}=(x-y)^2 , y(0)=4.$

Билет № 15
по дисциплине «Численные методы в анализе данных»

1. Методы Эйлера-Коши и Рунге-Кутта приближенного решения задачи Коши

для уравнения $\frac{dy}{dx}= f(x, y), y(x_0)= y_0$.

2. Формула трапеций для приближенного вычисления $\int_a^b f(x)dx$.

3. Будет ли сходиться матричный ряд $\sum_{l=0}^{\infty}\frac{1}{l!}A^l$ при $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 3 & 2 & 1\\ 2 & 1 & 3\end{pmatrix}$?

Билет № 14
по дисциплине «Численные методы в анализе данных»

1. Метод Пикара приближенного решения задачи для уравнения $\dfrac{dy}{dx} = f(x, y),\ y(x_0) = y_0$.

2. Формула прямоугольников для приближенного вычисления $\int\limits_a^b f(x)\,dx$.

3. Зачем требуется двойной шаг в формуле Симпсона для вычисления $\int\limits_a^b f(x)\,dx$?

Билет № 16
по дисциплине «Численные методы в анализе данных»

1. Интерполяционный многочлен Ньютона.
2. Матричные последовательности и ряды, нормы матриц.
3. Как оценить погрешность приближенного вычисления $\int\limits_a^b f(x)$ по формуле прямоугольников?

Билет № 17
по дисциплине «Численные методы в анализе данных»

1. Метод хорд (или секущих) решения трансцендентных уравнений $F(x) = 0$.

2. Интерполяционный многочлен Лагранжа.

3. Сходится ли матричная последовательность $\begin{pmatrix} (-1)^n & \frac{1}{n} \\ \sin\left(\frac{1}{n}\right) & 0 \end{pmatrix}$ при $n \to \infty$?

Билет № 19
по дисциплине «Численные методы в анализе данных»

1. Метод Зейделя приближенного решения системы $x = Ax + b$.

2. Метод хорд решения уравнения $F(x)=0$.

3. Сколько членов следует взять в матричном $\sum_{\ell=0}^{\infty} A^{\ell}$, чтобы выполнялось

$\| A^{\ell} \| < 10^{-10}$, если $\| A \| < 0.1$ ?

Билет № 18

по дисциплине «Численные методы в анализе данных»

1. Метод хорд (или секущих) решения трансцендентных уравнений $F(x)=0$.

2. Понятие и свойства конечных разностей произвольных порядков.

3. Сходится ли матричный ряд $\sum_{l=0}^{\infty} A^{l}$ при $\|A\|=1$?

Билет № 20

по дисциплине «Численные методы в анализе данных»

1. Решение системы $Ax=b$ в случае, когда $A$ – нижняя треугольная матрица.

2. Интерполяционный многочлен Ньютона для интерполирования вперед.

3. К какому пределу сходится произведение $\prod_{\ell=0}^{\infty}\left(E+x^{2^{\ell}}\right)$ при условии $| x | < 1$?

Билет № 21

по дисциплине «Численные методы в анализе данных»

1. Обращение матрицы $E-A$, $\det(E-A)\neq 0$, $\| A \| < 1$.

2. Конечные разности и их свойства, их выражение через значения функции.

3. Как вычислить определитель матрицы по окончании прямого хода метода Гаусса решения системы $Ax = b$?

Билет № 22
по дисциплине «Численные методы в анализе данных»

1. Обращение матрицы по методу Гаусса.

2. Выражение значений функции через конечные разности высших порядков.

3. Как оценить погрешность вычисления $\int_a^b e^{-x} \cos^2 x dx$ по методу трапеций, $|b - a| = 1$.

Билет № 23
по дисциплине «Численные методы в анализе данных»

1. Обращение матрицы вида $E - A$, где $A$ – нижняя треугольная с нулевой диагональю.

2. Выражение значений функции через разности высших порядков.

3. Чему равна конечная разность $\Delta^6 f(x,)$ если $f(x) = \sum_{l=0}^{5} a_e x^e$ ?

Билет № 24
по дисциплине «Численные методы в анализе данных»

1. Метод Эйлера приближенного решения уравнения $\frac{dy}{dx} = f(x, y), y(x_0) = y_0$.

2. Метод Гаусса решения системы $Ax = b$.

3. Как вычислить определитель матрицы $E - A$ при $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$?

Билет № 25
по дисциплине «Численные методы в анализе данных»

1. Метод Пикара приближенного решения задачи Коши
для дифференциального уравнения $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$, $y(x_0) = y_0$.

2. Приближенное вычисление определенных интегралов
по формулам прямоугольников.

3. Применим ли метод Гаусса для решения системы $x = Ax + b$ при
$A = \frac{1}{100}\begin{pmatrix} 5 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 9 \end{pmatrix}$?

Билет № 26
по дисциплине «Численные методы в анализе данных»

1. Интерполяционный многочлен Лагранжа.

2. Методы хорд и касательных приближенного решения уравнения $F(x) = 0$.

3. Применим ли метод Гаусса для решения системы $x = Ax + b$ при $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 9 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$?

Билет № 27
по дисциплине «Численные методы в анализе данных»

1. Переход итерационных методов в точные в случае нижней треугольной матрицы
с нулевой диагональю.

2. Погрешность интерполяции по Лагранжу и по Ньютону.

3. Приближенное обращение матрицы $(E - A)$, $E$ - единичная, $\|A\| < 1$

Билет № 28
по дисциплине «Численные методы в анализе данных»

1. Обращение матрицы $(E - A)$, где $A$ - нижняя треугольная с нулевой диагональю.

2. Метод простой итерации.

3. Почему матрица $E - A$ невырожденная при $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$?

Билет № 29
по дисциплине «Численные методы в анализе данных»

1. Связь метода Зейделя и метода простой итерации.

2. Метод касательных решения уравнения $F(x) = 0$.

3. Погрешность формулы Симпсона приближенного вычисления $\int_a^b f(x)dx$.

Билет № 30
по дисциплине «Численные методы в анализе данных»

1. Приближенное вычисление производных на основе интерполяционного многочлена Ньютона.

2. Оценка погрешности метода Эйлера на произвольном промежутке при приближенном решении задачи Коши для дифференциального уравнения $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$, $y(x_0) = y_0$.

3. Какую точку взять в качестве неподвижной при решении уравнения $e^{4x-2} = 4$ по методу хорд?

**Критерии оценивания:**

Максимальное количество баллов за экзаменационное задание – 100.

| Оценка | Критерии |
|---|---|
| Отлично (84–100) | ответы на вопросы четкие, обоснованные и полные, проявлена готовность к дискуссии, студент демонстрирует высокий уровень владения знаниями, умениями и навыками соответствующих компетенций, что позволяет ему решать широкий круг типовых и нетиповых задач. |

| | |
|---|---|
| Хорошо (67–83) | ответы на вопросы преимущественно правильные, но недостаточно четкие, студент способен самостоятельно воспроизводить и применять соответствующие знания, умения и навыки для решения типовых задач дисциплины, может выполнять поиск и использование новой информации для выполнения новых профессиональных действий на основе полностью освоенных знаний, умений и навыков соответствующих компетенций |
| Удовлетворительно (50-66) | ответы на вопросы не полные, на некоторые ответ не получен, знания, умения, навыки сформированы на базовом уровне, студенты частично, с помощью извне (например, с использованием наводящих вопросов, ассоциативного ряда понятий и т.д.) могут воспроизводить и применять соответствующие знания, умения, навыки |
| Неудовлетворительно (0-49) | на большую часть вопросов ответы не были получены, либо они показали полную некомпетентность студента в материале дисциплины, студент не способен самостоятельно, без помощи извне, воспроизводить и применять соответствующие знания, умения, навыки или знания, умения и навыки у студента не выявлены |

# Лабораторные задания

по дисциплине *Численные методы в анализе данных*

## 1.Тематика лабораторных работ по разделам и темам

| | |
|---|---|
| | **Раздел 1. Численные методы математического анализа** |
| 1.2 | Погрешность приближенных вычислений. Классификация погрешностей. Различие между математическими приближениями и их компьютерной реализацией. /Лаб/ |
| 1.3 | Интерполяционный полином Лагранжа. Остаточный член интерполяции. Интерполяционные полиномы Ньютона с оценкой остаточных членов. Примеры программной реализации. /Лаб/ |
| 1.5 | Приближенное вычисление интегралов по формулам прямоугольников, трапеций и парабол. Сравнение погрешностей. Подход Ньютона-Котеса. Программные реализации. /Лаб/ |
| 1.6 | Приближенное дифференцирование. Методы хорд и касательных приближенного решения трансцендентных и алгебраических уравнений. Программная реализация метода Ньютона. /Лаб/ |
| | **Раздел 2. Методы приближенного решения обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ)** |
| 2.2 | Метод Пикара последовательных приближений решения задачи Коши для ОДУ. Теорема Пикара. Условия равномерной сходимости и оценки скорости сходимости. Примеры применения. /Лаб/ |
| 2.3 | Метод Эйлера разностного решения задачи Коши для ОДУ. Оценка погрешности на шаге метода. Сходимость. Оценка погрешности на промежутке решения. Программирование метода Эйлера. /Лаб/ |
| 2.4 | Методы Рунге-Кутты четвертого и высших порядков. Погрешность на шаге. /Лаб/ |
| | **Раздел 3. Вычислительные методы линейной алгебры. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)** |

| | |
|---|---|
| 3.2 | Метод Гаусса решения СЛАУ. Программная реализация. Нормы матрицы и вектора. Матричные последовательности и ряды. Подготовка СЛАУ к применению итерационных методов. /Лаб/ |
| 3.3 | Метод простой итерации. Параллельные видоизменения с применением к обращению матрицы. Переход итерационного метода в прямой метод в случае треугольной матрицы. /Лаб/ |
| | **Раздел 4. Вычислительные методы линейной алгебры. Полная проблема собственных значений** |
| 4.2 | Собственные значения матрицы. Характеристическое уравнение и характеристический многочлен. Связь коэффициентов с минорами и определителем матрицы. /Лаб/ |
| 4.3 | Уравнения Ньютона для симметрических функций. Универсальный метод Леверье развертывания коэффициентов характеристического многочлена. Программирование метода Леверье. /Лаб/ |
| 4.4 | Тождество Гамильтона-Кели. Универсальное обращение матрицы. /Лаб/ |
| | **Раздел 5. Обзор численных методов дополнительных математических направлений** |
| 5.2 | Разностные методы решения уравнений в частных производных первого, второго и высших порядков. Метод конечных элементов. /Лаб/ |
| 5.3 | Кусочно-интерполяционный метод решения уравнений в частных производных /Лаб/ |
| 5.4 | Численные методы решения задач теории вероятностей. Вычисление дисперсии. Вычисление математического ожидания. Метод наименьших квадратов. /Лаб/ |

**Критерии оценивания:**
Максимальное количество баллов – 45 (за 15 лабораторных заданий).

Для каждого лабораторного задания:

| Критерий оценивания | Баллы |
|---|---|
| Задание выполнено в полном объеме, в представленном решении обоснованно получены правильные ответы, проведен анализ, дана грамотная интерпретация полученных результатов, сделаны выводы | 3 |
| Задание выполнено частично, при анализе и интерпретации полученных результатов допущены незначительные ошибки, выводы – достаточно обоснованы, но неполны | 1-2 |
| Задание выполнено полностью неверно или отсутствует решение | 0 |
| *Максимальный балл за одно лабораторное задание* | 3 |

## Тестовые задания

по дисциплине *Численные методы в анализе данных*

1. К числу приближенных методов вычисления относится –

1.1 метод Гаусса решения системы линейных алгебраических уравнений*
1.2 метод Зейделя решения системы линейных алгебраических уравнений
1.3 метод Леверье решения полной проблемы собственных значений
1.4 метод обращения матрицы на основе соотношения Гамильтона-Кэли

2. Интерполяционный многочлен Лагранжа определен только

2.1 для равноотстоящих узлов
2.2 для не равноотстоящих узлов
2.3 для фиксированного числа узлов
2.4 для произвольного числа произвольно расположенных узлов*

3. Конечные разности $k$-го порядка определены только

3.1 для $k+1$ равноотстоящих узлов*
3.2 для $k+1$ не равноотстоящих узлов
3.3 для $k$-1 равноотстоящих узлов
3.4 для $k$ произвольно расположенных узлов

4. Постановка задачи интерполирования предусматривает только

4.1 интерполирование непрерывных функций
4.2 интерполирование разрывных функций
4.3 интерполирование таблично заданных функций
4.4 интерполирование произвольно заданных в узлах интерполяции функций*

5. Метод Гаусса решения систем линейных алгебраических уравнений

5.1 позволяет вычислить определитель матрицы*
5.2 решает систему линейных алгебраических уравнений в приведенной форме
5.3 позволяет решить систему линейных алгебраических уравнений общего вида за $n$ шагов, где $n$ – порядок матрицы системы
5.4 универсально решить систему линейных алгебраических уравнений без выбора ненулевого ведущего элемента

6. Сколько узлов интерполяции требует интерполяционный многочлен $n$-й степени

6.1 $n-1$, если это интерполяционный многочлен Ньютона
6.2 $n$, если это интерполяционный многочлен Лагранжа
6.3 $n+1$, если это произвольный интерполяционный многочлен*
6.4 $2n-1$, если это интерполяционный многочлен Ньютона для интерполирования назад

7. Интерполяционный многочлен Ньютона для интерполирования назад

7.1 позволяет продвинуть значения интерполируемой функции от начала таблицы к концу
7.2 позволяет продвинуть значения интерполируемой функции от конца таблицы к началу*
7.3 использует конечные разности значения высшего порядка в конце таблицы
7.4 использует выражения конечных разностей через значения функции

8. Формула Симпсона для приближенного вычисления определенных интегралов

8.1 основана на замене подынтегральной функции интерполяционным многочленом Лагранжа
8.2 основана на замене подынтегральной функции линейным интерполяционным многочленом
8.3 основана на замене подынтегральной функции интерполяционным многочленом Ньютона для интерполирования вперед 3-й степени
8.4 основана на замене подынтегральной функции интерполяционным многочленом Ньютона для интерполирования вперед 2-й степени*

9. Как оценить погрешность метода Эйлера решения задачи Коши для уравнения $\dfrac{dy}{dx} = f(x, y)$, $y(x_0) = y_0$, на $[a, b]$ в приближении с шагом $h = \dfrac{1}{100}$?

9.1 $O(h^3)$

9.2 $O(h^2)$

9.3 $O(h)$ с коэффициентом, зависящим от длины подынтервала*

9.4 $O(h)$ с постоянным коэффициентом

10. Метод Пикара приближенного решения задачи Коши для дифференциального уравнения $\dfrac{dy}{dx} = f(x, y)$, $y(x_0) = y_0$

10.1 является разностной схемой приближенного решения

10.2 является методом аналитического приближения решения на достаточно малом промежутке*

10.3 является методом приближения решения в дифференциальной форме

10.4 является сходящимся методом аналитического приближения решения при любых условиях

11. Нормы матрицы и вектора, канонические и согласованные нормы матрицы и вектора

11.1 Согласованы нормы матриц

11.2 Согласованы нормы векторов

11.3 Каноническая норма матрицы не превосходит модулей ее элементов

11.4 Каноническая норма степени матрицы не превосходит степени ее нормы*

12. Метод Гаусса решения системы линейных алгебраических уравнений

12.1 применим для решения системы $x = Ax + b$ при $A = \begin{pmatrix} 3 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 3 & \frac{1}{3} \\ 4 & \frac{1}{4} & 3 \end{pmatrix}$ *

12.2 применим для решения системы $Ax = b$ при $A = \begin{pmatrix} 3 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 3 & \frac{1}{3} \\ 0 & 9 & 1 \end{pmatrix}$

12.3 не применим для точного решения системы $x = Ax + b$

12.4 не применим для обращения матрицы $A = \begin{pmatrix} 3 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 3 & \frac{1}{3} \\ 4 & \frac{1}{4} & 3 \end{pmatrix}$

13 Формула трапеций для приближенного вычисления определенных интегралов

13.1 имеет погрешность $O(h^3)$, где $h$ – шаг интегрирования

13.2 сходится, какова бы ни была подынтегральная функция

13.3 выводится путем замены подынтегральной функции на ее приближение линейным интерполяционным многочленом Лагранжа

13.4 выводится путем замены подынтегральной функции на ее приближение линейным интерполяционным многочленом Ньютона для интерполирования вперед*

14. Выражение значений функции через разности высших порядков

14.1 требует числа узлов, на единицу большего младшего порядка разности

14.2 требует числа узлов, на единицу меньшего старшего порядка разности

14.3 включает разности всех порядков до $k$-го включительно, где $k$ на единицу меньше номера узла, в котором взята функция*

14.4 использует производные высших порядков этой функции

15. Как оценить погрешность метода Рунге-Кутта приближенного решения задачи Коши для уравнения $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$, $y(x_0) = y_0$, с шагом $\frac{1}{10}$?

15.1 порядка $\frac{1}{10^{-5}}$

15.2 порядка $\frac{1}{10^{5}}$ *

15.3 порядка $\frac{1}{10^{3}}$

15.4 порядка $\frac{1}{10^{4}}$

16. Понятие и свойства конечных разностей произвольного порядка

16.1 конечная разность 5-го порядка от многочлена 5-й степени равна нулю
16.2 конечная разность 5-го порядка от многочлена 5-й степени равна не нулевой константе*
16.3 конечная разность 6-го порядка использует 5 подряд расположенных узлов
16.4 конечная разность 5-го порядка выражается через 4 значения функции в узлах

17. Метод Гаусса решения системы линейных алгебраических уравнений

17.1 Прямой ход метода Гаусса для матрицы *n*-го порядка содержит *n* этапов исключения *n* переменных
17.2 Прямой ход метода Гаусса для матрицы *n*-го порядка содержит *n*-1 этапов исключения *n*-1 переменных
17.3 Прямой ход метода Гаусса не содержит операций деления и не позволяет найти определитель
17.4 Обратный ход метода Гаусса для матрицы не соответствует решению системы с треугольной матрицей

18. Как оценить погрешность интерполирования по Лагранжу функции $y = \sin x + \cos x$ на $[0, 1]$ для 10 равноотстоящих узлов интерполяции ?

18.1 $\frac{1}{10!}$

18.2 $\frac{2}{10!}$ *

18.3 $\frac{1}{8!}$

18.4 $\frac{1}{11!}$

19. Метод Эйлера-Коши приближенного решения уравнения $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$, $y(x_0) = y_0$

19.1 Метод Эйлера-Коши является аналитическим методом
19.2 Метод Эйлера-Коши имеет погрешность $O(h^5)$, где $h$ – шаг численного интегрирования
19.3 не включает способ вычисления приближенного решения на конце каждого шага
19.4 Метод Эйлера-Коши является разностным методом, более точным чем метод Эйлера*

20. Метод Пикара приближенного решения задачи Коши для уравнения $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$, $y(x_0) = y_0$

20.1 применим на произвольном промежутке в условиях теоремы Пеано
20.2 применим на конечном достаточно малом промежутке в условиях теоремы Пикара*
20.3 строит интегральные приближения, сходящиеся на произвольном промежутке в условиях теоремы Пеано
20.4 является разностным методом

21. Сходится ли метод простой итерации к решению системы $x = Ax + b$

21.1 при $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$?

21.2 при $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$?

21.3 при $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$?*

21.4 при $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$?

22. Обращение матрицы по методу Гаусса

22.1 По методу Гаусса можно обратить матрицу $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 4 & 4 & 4 \end{pmatrix}$

22.2 По методу Гаусса можно обратить матрицу $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 4 & 4 & 1 \end{pmatrix}$

22.3 По методу Гаусса можно обратить матрицу $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 4 & 4 & 4 \end{pmatrix}$ *

22.3 По методу Гаусса можно обратить матрицу $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 4 & 4 & 4 \end{pmatrix}$

23. Метод Пикара приближенного решения задачи Коши для уравнения $\frac{dy}{dx} = f(x, y),\ y(x_0) = y_0$

23.1 Сходится в тех же условиях, что и метод Эйлера
23.2 Сходится в условиях теоремы Пикара*
23.3 Сходится в условиях теоремы Пеано
23.4 Сходится со скоростью геометрической прогрессии

24. Понятие нормы вектора и нормы матрицы. Канонические и согласованные нормы.

24.1 Норма это матрица
24.2 Норма это вектор
24.3 Каждая норма удовлетворяет неравенству $\| Ab \| \le \| A \| \, \| b \|$, где $A$ – матрица, $b$ – вектор

24.4 Каноническая норма удовлетворяет неравенству $| a_{ij} | \le \| A \|$ , где $A$ – матрица из элементов $a_{ij}$ *

25. Выполнено ли условие обратимости матрицы $E-A,\ \ E$ - единичная матрица, если

25.1 $A=\begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ ?

25.2 $A=\begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ ?

25.3 $A=\begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ ?

25.4 $A=\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{4} & 1 & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 1 \end{pmatrix}$ ?*

26. Метод Эйлера приближенного решения задачи Коши для уравнения $\frac{dy}{dx}=f(x,y)\,,\ \ y(x_0)=y_0$

26.1 имеет погрешность на шаге $O(h)$

26.2 имеет погрешность на шаге $O(h^2)$*

26.3 имеет погрешность на шаге $O(h^3)$

26.4 имеет погрешность на шаге $O(h^4)$

27. Матричные последовательности, ряды из матриц, теоремы об их сходимости.

27.1 Предел последовательности $\sum_{k=0}^{\infty}A^k$ равен $E-A,\ \ E$ - единичная матрица, $A$ – матрица $n\times n$

27.2 Предел последовательности $\sum_{k=0}^{\infty}A^k$ равен $(E-A)^{-1},\ \ E$ - единичная матрица, $A$ – матрица $n\times n$, $\|A\|=2{,}5$

27.3 Предел последовательности $\sum_{k=0}^{n-1}A^k$ равен $(E-A)^{-1},\ \ E$ - единичная матрица, $A$ – нижняя треугольная матрица $n\times n$ с нулевой диагональю *

27.4 Предел последовательности $\sum_{k=0}^{\infty}A^k$ равен $(E-A)^{-1},\ \ E$ - единичная матрица, $A$ – матрица $n\times n$, $\|A\|=1{,}005$

28. С какой погрешностью взят интеграл $\int_a^b f(x)\,dx,\ [a,b]=[0,1]$, шаг $h=\frac{1}{10}$, $f(x)=e^{-x}$ при приближении по формуле трапеций?

. Порядок погрешности $10^{-1}$

. Порядок погрешности $10^{-2}$*

. Порядок погрешности $10^{-3}$

. Порядок погрешности $10^{-4}$

29. Интерполяционный многочлен Ньютона для случая равностоящих узлов.

29.1. позволяет продвинуть значения интерполируемой функции от начала таблицы к концу*
29.2. позволяет продвинуть значения интерполируемой функции от конца таблицы к началу
29.3. использует конечные разности значения высшего порядка в начале таблицы
29.4. дает одинаковую погрешность интерполирования с интерполяционным полиномом Лагранжа при совпадении числа узлов

30. Метод обращения матрицы вида $E - A, \| A \| < 1$.

30.1. Метод обращения матрицы вида $E - A, \| A \| < 1$, одинаков с методом обращения матрицы $A$.
30.2. Метод обращения матрицы вида $E - A, \| A \| < 1$, одинаков с методом обращения матрицы $E + A$.
30.3. Метод обращения матрицы вида $E - A, \| A \| \geq 1$, одинаков с методом обращения матрицы $E - A, \| A \| < 1$.
30.4. $(E - A)^{-1} = \prod_{\ell=0}^{\infty}(E + A^{2^{\ell}})$ *

31. Как по методу Гаусса вычислить определитель матрицы?

31.1 Вычислением следа матрицы
31.2 Вычислением следа степени матрицы
31.3 Вычислением одного из неизвестных
31.4 Вычислением произведения диагональных элементов матрицы, полученной в результате прямого хода*

32. Интерполяционный многочлен Лагранжа.

32.1. Интерполяционный многочлен Лагранжа строится только для равноотстоящих узлов
32.2. Интерполяционный многочлен Лагранжа для $N$ узлов является многочленом $N$ -й степени
32.3. Интерполяционный многочлен Лагранжа является тригонометрическим многочленом
32.4. Интерполяционный многочлен Лагранжа строится как многочлен $N$ -й степени для $N+1$ произвольно расположенных узлов, интерполирующий произвольную действительную функцию одной действительной переменной*

33. Понятие конечных разностей и их свойства.

33.1 Конечная разность $K$ -го порядка использует значение функции только в одном узле
33.2 Конечная разность $K$ -го порядка использует значение функции только в $K$ узлах
33.3 Значение функции не выражается через конечные разности всех порядков до $K$ -го включительно
33.4 Конечная разность $K$ -го порядка использует значение функции в $K+1$ узлах*

34. Метод Гаусса и его применение для обращения матрицы

34.1. Метод Гаусса применим для обращения произвольной квадратной матрицы
34.2. Метод Гаусса применим для решения системы линейных алгебраических уравнений с произвольной квадратной матрицей
34.3. Метод Гаусса требует выбора ненулевого ведущего элемента на каждом этапе прямого хода*
34.4. Метод Гаусса применим для обращения нижней треугольной матрицы с нулевой диагональю

35. Метод Эйлера приближенного решения задачи Коши для уравнения $\frac{dx}{dy} = f(x, y), y(x_0) = y_0$

35.1. Метод Эйлера является аналитическим методом приближенного решения
35.2. Для применения метода Эйлера достаточно знать правую часть дифференциального уравнения
35.3. Метод Эйлера является разностной схемой с погрешностью на шаге $O(h^2)$ *
35.4. Метод Эйлера сходится в условиях теоремы Пикара на произвольном промежутке

36. Формула Симпсона для вычисления $\int_a^b f(x)dx$

Формула Симпсона не требует двойного шага на промежутке интегрирования
Формула Симпсона не использует конечных разностей порядка выше первого
Формула Симпсона не более точна, чем формула трапеций
Формула Симпсона при выводе использует аддитивность интеграла по промежутку и двойной шаг на промежутке интегрирования*

37. Сколько членов содержит произведение $\prod_{l=0}^{\infty}\left(E + A^{2^l}\right)$ при условии, что $A$ – нижняя треугольная с нулевой диагональю порядка $n$?

37.1. $n$

37.2. $\log_2 n$*

37.3. $\infty$

37.4. $\log_2^2 n$

38. Методы Эйлера-Коши и Рунге-Кутта приближенного решения задачи Коши для уравнения $\frac{dy}{dx} = f(x, y), y(x_0) = y_0$

38.1. Методы Эйлера-Коши и Рунге-Кутта имеют одинаковую погрешность приближенного решения
38.2. Методы Эйлера-Коши и Рунге-Кутта являются разностными схемами приближенного решения с погрешностью порядка $O(h^4)$
38.3. Метод Эйлера-Коши использует правую часть в двух точках на шаге*
38.4. Метод Рунге-Кутта использует правую часть уравнения в единственной точке на шаге

39. Формула трапеций для приближенного вычисления $\int_a^b f(x)dx$.

39.1. Формула трапеций не использует подынтегральную функцию на шаге интегрирования
39.2. Формула трапеций использует подынтегральную функцию на шаге интегрирования дважды*
39.3. Формула трапеций заменяет подынтегральную функцию на ее приближение полиномом Тейлора на шаге интегрирования
39.4. Формула трапеций имеет погрешность $O(h^4)$

40. Будет ли сходиться матричный ряд $\sum_{l=0}^{\infty} \frac{1}{l!} A^l$

. При $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ ряд не будет сходиться

. При $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 3 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ ряд будет сходиться

. При $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ ряд не будет сходиться

. При $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ ряд не будет сходиться

**Инструкция.** Обучающемуся предлагается дать ответы на 40 тестовых заданий, сгенерированных случайным образом из представленных выше.

**Критерии оценивания (для каждого семестра).** Максимальное количество баллов – 40 (в каждом семестре):

| Критерии оценивания выполнения одного тестового задания | Баллы |
|---|---|
| Обучающийся ответил правильно на тестовое задание | 1 |
| Обучающийся не ответил правильно на одно тестовое задание | 0 |
| *Максимальный балл за выполнение тестового задания* | *1* |

# Темы докладов

по дисциплине *Численные методы в анализе данных*

1. Снижение погрешности интерполяции с помощью перехода к кусочной интерполяции.
2. Интерполяция по Лагранжу в случае равноотстоящих узлов.
3. Реализация подхода Ньютона-Котеса на основе кусочной интерполяции по Лагранжу.
4. Интерполяция по Ньютону в случае функции двух действительных переменных.
5. Кусочно-интерполяционное решение задачи Коши для ОДУ.
6. Сравнение погрешности решения СЛАУ с помощью прямых и итерационных методов.
7. Параллельная форма итерационных методов Якоби и Зейделя с применением к обращению матрицы.
8. Применение метода Леверье и тождества Гамильтона-Кели для решения СЛАУ.
9. Нахождение собственных векторов матрицы на основе метода Леверье.
10. Сравнение погрешности компьютерной реализации метода Леверье и метода вращений.
11. Оценка области корней полинома на комплексной плоскости. Круги Гершгорина и другие оценки.
12. Параллельные прямые методы решения СЛАУ с треугольной матрицей.

**Критерии оценивания:**

- 10-15 баллов - выставляется студенту, если тема соответствует содержанию доклада, основные понятия и проблемы изложены верно, сделаны обобщения и сопоставления различных точек зрения по рассматриваемому вопросу, сделаны и аргументированы основные выводы, а доклад сопровождается разработанной мультимедийной презентацией;
- 0-9 баллов - выставляется студенту, если содержание не соответствует теме, нет ссылок на использованные источники, тема не полностью раскрыта, отсутствуют выводы.

## 3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Процедуры оценивания включают в себя текущий контроль и промежуточную аттестацию.

**Текущий контроль** успеваемости проводится с использованием оценочных средств, представленных в п. 2 данного приложения. Результаты текущего контроля доводятся до сведения обучающихся до промежуточной аттестации.

**Промежуточная аттестация** проводится в форме зачета, экзамена.

Экзамен проводится по расписанию промежуточной аттестации в компьютерном классе. Количество вопросов в экзаменационном задании – 3. Объявление результатов производится в день экзамена. Результаты аттестации заносятся в ведомость и зачетную книжку обучающегося.

Обучающиеся, не прошедшие промежуточную аттестацию по графику промежуточной аттестации, должны ликвидировать задолженность в установленном порядке.

Приложение 2

## МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Учебным планом предусмотрены следующие виды занятий:

– лекции;

– лабораторные работы.

Условием успешного освоения дисциплины «Численные методы в анализе данных» является понимание факта, что численные методы опираются на комплекс математических знаний из областей высшей алгебры, математического анализа, функционального анализа, дифференциальных уравнений, дифференциальной геометрии, топологии и др. Поэтому, приступая к очередному разделу методов вычислений, нужно найти понимание областей высшей математики, на которые раздел вычислений опирается. Если этого не делать, понимание вычислительной математики будет формально-справочным, и её конкретное применение может оказаться тривиально ошибочным. Напротив, если не избегать таких дополнительных усилий, понимание численных методов становится глубоким, их применение – обоснованным. Например, Ньютон применял метод касательных для вычисления корней полиномов высших степеней, тогда как современная трактовка метода требует ряда условий, которые фактически исключают такое применение. Необходимо понимать и конструировать условия взаимной отделенности корней, причем отнюдь не только следуя системе Штурма. И, далее, лучше глубоко разобраться в одном аспекте применения численных методов, чем одновременно во многих без должного понимания. Так, Уилкинсон привел пример неустойчивости вычисления корней полинома в зависимости от возмущения коэффициентов, чем обрек основные результаты алгебры в области уравнений высших степеней на неприменимость на практике. Но ведь любую систему линейных алгебраических уравнений можно эквивалентно свести к вычислению корней полинома, степень которого равна числу уравнений системы. Это означает, что проблемы, отмеченные Уилкинсоном, относятся отнюдь не только к поиску корней полинома, и поиск снижения накопления погрешности должен пролегать совсем в ином направлении, чем принято доверчивыми пользователями с поверхностной эрудицией. По этим причинам хотелось бы рекомендовать изучающим курс «Численные методы в анализе данных» системно заниматься разделами высшей математики, с которым курс связан. Другим важным аспектом численных методов являются ограничения на их применимость. Понимать и формулировать необходимые ограничения можно только исходя из понимания теоретико-математической природы используемого метода. Кроме того, вычислительную математику применяют не на бумаге, а на компьютере. Чтобы применение оказалось успешным, надо видеть, какое влияние компьютерное накопление погрешности окажет на математические условия применения численного метода. Отсюда вытекает необходимость активного вычислительного практикума на компьютере, сконцентрированного на предметной области, в которой предполагается применять конкретный численный метод. Всех этих усилий не достаточно для освоения курса «Численные методы в анализе данных». Следует активно интересоваться современными достижениями науки и практики в создании новых методов. Целесообразно иметь представление о существующих инструментальных средствах, в частности, об алгоритмах систем компьютерной математики, а также об аспекте создания банка параллельных алгоритмов и практике их применения в суперкомпьютерах. Во время лабораторных работ следует концентрироваться на смысловом содержании заданий и их самостоятельном выполнении с верификацией правильности, обсуждать корректность полученных и разновидности возможных решений с преподавателем. Предмет «Численные методы в анализе данных» нужно видеть как в историческом аспекте (вычислительная математика создана до появления компьютеров и не для применения на компьютерах), так и в аспекте активного развития: компьютеризация меняет условия и результаты применения математических методов. Система преподавательского контроля и самопроверки обязательна для студентов. Важно видеть широкие возможности практического применения знаний этой области в своей будущей профессиональной деятельности. При изучении дисциплины необходимо активно использовать учебную и научную литературу, устоявшиеся на десятилетия научные издания, например, Фихтенгольца и Гантмахера, электронные библиотеки, информационно-поисковые ресурсы, активно и системно работать с компьютером. Требуется систематическое обсуждение самостоятельной работы с преподавателем. В дальнейшем продвижении необходимо изучать специальную теоретическую, а также научно-техническую литературу, самостоятельно конструировать видоизменения численных методов, совершенствовать существующие вычислительные алгоритмы.

Подготовка к промежуточной аттестации.

При подготовке к промежуточной аттестации целесообразно:

- внимательно изучить перечень вопросов и определить, в каких источниках находятся сведения, необходимые для ответа на них;

- внимательно прочитать рекомендованную литературу;

- составить краткие конспекты ответов (планы ответов).

Для подготовки к занятиям, текущему контролю и промежуточной аттестации обучающиеся могут воспользоваться электронно-библиотечными системами.