

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего  
образования «Ростовский государственный экономический университет (РИНХ)»

УТВЕРЖДАЮ  
Директор Таганрогского института  
имени А.П. Чехова (филиала)  
РГЭУ (РИНХ)  
\_\_\_\_\_ Голобородько А.Ю.  
« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**Рабочая программа дисциплины**  
**Численные методы**

направление 09.03.03 Прикладная информатика  
направленность (профиль) 09.03.03.01 Прикладная информатика в менеджменте

Для набора \_\_\_\_\_ года

Квалификация  
Бакалавр

КАФЕДРА **информатики****Распределение часов дисциплины по семестрам**

Семестр (<Курс>. <Семестр на курсе>)	5 (3.1)		6 (3.2)		Итого	
	Неделя		17 4/6			
Вид занятий	УП	РП	УП	РП	УП	РП
Лекции	16	16	18	18	34	34
Лабораторные	50	50	36	36	86	86
Итого ауд.	66	66	54	54	120	120
Контактная работа	66	66	54	54	120	120
Сам. работа	78	78	54	54	132	132
Часы на контроль			36	36	36	36
Итого	144	144	144	144	288	288

**ОСНОВАНИЕ**

Учебный план утвержден учёным советом вуза от 29.08.2023 протокол № 1.

Программу составил(и): д-р техн. наук, Проф., Ромм Яков Евсеевич \_\_\_\_\_

Зав. кафедрой: Тюшнякова И.А. \_\_\_\_\_

### 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1	Формирование знаний методов вычислений, применяемых в основных дисциплинах и разделах высшей математики;
1.2	формирование знаний и навыков применения методов вычислительной математики в области высшей алгебры, математического анализа, обыкновенных дифференциальных уравнений, уравнений в частных производных, интегро-дифференциальных уравнений, математического и численного моделирования, теории вероятностей;
1.3	освоение методов и положений вычислительной математики, актуальных для понимания архитектуры компьютера, компьютеризации научных исследований и сферы образования, применения информационных технологий;
1.4	освоение методов и положений вычислительной математики для самостоятельного применения в области построения прикладных программ, выполнения численного моделирования естественнонаучных процессов, для правильного понимания вычислительных основ архитектуры современных компьютеров, возможностей и тенденций их развития.

### 2. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

<b>ПКР-2.1:</b> Осуществляет анализ периодической литературы и Интернет-ресурсов
<b>ПКР-2.2:</b> Интегрирует собранные материалы в единый содержательный блок
<b>ПКР-2.3:</b> Готовит библиографический список в соответствии с государственными стандартами
<b>ПКР-1.1:</b> Применяет математические методы для решения практических задач
<b>ПКР-1.2:</b> Применяет типовые подходы к разработке программного обеспечения
<b>ПКР-1.3:</b> Использует методы системного анализа
<b>ОПК-3.1:</b> Знает принципы, методы и средства решения стандартных задач профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности.
<b>ОПК-3.2:</b> Умеет решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности.
<b>ОПК-3.3:</b> Владеет навыками подготовки обзоров, аннотаций, составления рефератов, научных докладов, публикаций, и библиографии по научно-исследовательской работе с учетом требований информационной безопасности.

### В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

<b>Знать:</b>
численные методы высшей алгебры, включая прямые и итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений, решение уравнений высших степеней, решение полной проблемы собственных значений; численные методы математического анализа, включая интерполирование функций, численное интегрирование и дифференцирование, методы поиска экстремумов и численной оптимизации, решение функциональных уравнений; методы приближенного решения обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных; численные методы моделирования и теории вероятностей;
<b>Уметь:</b>
применять и программировать численные методы решения задач высшей алгебры с помощью прямых и итерационных методов, программно находить приближенные решения уравнений высших степеней и полной проблемы собственных значений; применять и программировать численные методы математического анализа, включающие аппроксимацию функций, приближенные квадратурные формулы и дифференцирование, вычисление экстремумов и численную оптимизацию, решение функциональных уравнений; применять и программировать методы приближенного решения обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных; численные методы моделирования и теории вероятностей;
<b>Владеть:</b>
методами численного анализа и вычислительной линейной алгебры; методами численного решения дифференциальных уравнений; методами оценки погрешности, трудоемкости и временной сложности вычислительных алгоритмов.

### 3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Компетенции	Литература
	Раздел 1. Численные методы математического анализа				

1.1	Вводные понятия. Классификация погрешностей приближенных вычислений. Интерполяция. План: 1. Погрешность приближенных вычислений. Классификация погрешностей. 2. Постановка задачи интерполирования. Интерполяционные полиномы Лагранжа и Ньютона. Остаточные члены интерполяции. /Лек/	5	2	ОПК-3.1 ОПК-3.2 ОПК-3.3 ПКР-1.1 ПКР-1.2 ПКР-1.3 ПКР-2.1 ПКР-2.2 ПКР-2.3	Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2Л3.2 Л3.3
1.2	Погрешность приближенных вычислений. Классификация погрешностей. Различие между математическими приближениями и их компьютерной реализацией. /Лаб/	5	4	ОПК-3.1 ОПК-3.2 ОПК-3.3 ПКР-1.1 ПКР-1.2 ПКР-1.3 ПКР-2.1 ПКР-2.2 ПКР-2.3	Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2Л3.2 Л3.3
1.3	Интерполяционный полином Лагранжа. Остаточный член интерполяции. Интерполяционные полиномы Ньютона с оценкой остаточных членов. Примеры программной реализации. /Лаб/	5	8	ОПК-3.1 ОПК-3.2 ОПК-3.3 ПКР-1.1 ПКР-1.2 ПКР-1.3 ПКР-2.1 ПКР-2.2 ПКР-2.3	Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2Л3.2 Л3.3 Л3.4
1.4	Численные методы математического анализа, алгоритмизация и составление прикладных программ. План: 1. Приближенное вычисление интегралов и производных. Формулы прямоугольников, трапеций и парабол (формула Симпсона). 2. Метод хорд и касательных решения функциональных уравнений. 3. Алгоритмизация и программная реализация численных методов математического анализа. /Лек/	5	4	ОПК-3.1 ОПК-3.2 ОПК-3.3 ПКР-1.1 ПКР-1.2 ПКР-1.3 ПКР-2.1 ПКР-2.2 ПКР-2.3	Л1.1 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2Л3.2 Л3.3
1.5	Приближенное вычисление интегралов по формулам прямоугольников, трапеций и парабол. Сравнение погрешностей. Подход Ньютона-Котеса. Программные реализации. /Лаб/	5	6	ОПК-3.1 ОПК-3.2 ОПК-3.3 ПКР-1.1 ПКР-1.2 ПКР-1.3 ПКР-2.1 ПКР-2.2 ПКР-2.3	Л1.1 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2Л3.2 Л3.3
1.6	Приближенное дифференцирование. Методы хорд и касательных приближенного решения трансцендентных и алгебраических уравнений. Программная реализация метода Ньютона. /Лаб/	5	6	ОПК-3.1 ОПК-3.2 ОПК-3.3 ПКР-1.1 ПКР-1.2 ПКР-1.3 ПКР-2.1 ПКР-2.2 ПКР-2.3	Л1.1 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2Л3.2 Л3.3
1.7	Подготовка доклада по теме /Ср/	5	20	ОПК-3.1 ОПК-3.2 ОПК-3.3 ПКР-1.1 ПКР-1.2 ПКР-1.3 ПКР-2.1 ПКР-2.2 ПКР-2.3	Л1.1 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2Л3.2 Л3.3 Л3.4

	<b>Раздел 2. Методы приближенного решения обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ)</b>				
2.1	Аналитические и разностные методы приближенного решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Методы Пикара, Эйлера, Эйлера-Коши, Рунге-Кутты. План: 1. Метод Пикара последовательных приближений решения ОДУ. 2. Метод Эйлера разностного решения ОДУ и оценки погрешности. 3. Метод Эйлера-Коши разностного решения ОДУ. Методы Рунге-Кутты четвертого и высших порядков. /Лек/	5	6	ОПК-3.1 ОПК-3.2 ОПК-3.3 ПКР-1.1 ПКР-1.2 ПКР-1.3 ПКР-2.1 ПКР-2.2 ПКР-2.3	Л1.1 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2Л3.2 Л3.4
2.2	Метод Пикара последовательных приближений решения задачи Коши для ОДУ. Теорема Пикара. Условия равномерной сходимости и оценки скорости сходимости. Примеры применения. /Лаб/	5	4	ОПК-3.1 ОПК-3.2 ОПК-3.3 ПКР-1.1 ПКР-1.2 ПКР-1.3 ПКР-2.1 ПКР-2.2 ПКР-2.3	Л1.1 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2Л3.2 Л3.4
2.3	Метод Эйлера разностного решения задачи Коши для ОДУ. Оценка погрешности на шаге метода. Сходимость. Оценка погрешности на промежутке решения. Программирование метода Эйлера. /Лаб/	5	6	ОПК-3.1 ОПК-3.2 ОПК-3.3 ПКР-1.1 ПКР-1.2 ПКР-1.3 ПКР-2.1 ПКР-2.2 ПКР-2.3	Л1.1 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2Л3.2 Л3.4
2.4	Методы Рунге-Кутты четвертого и высших порядков. Погрешность на шаге. /Лаб/	5	8	ОПК-3.1 ОПК-3.2 ОПК-3.3 ПКР-1.1 ПКР-1.2 ПКР-1.3 ПКР-2.1 ПКР-2.2 ПКР-2.3	Л1.1 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2Л3.2 Л3.4
2.5	Разностно-аналитические методы. Сравнительные примеры программной реализации известных разностных методов. /Ср/	5	32	ОПК-3.1 ОПК-3.2 ОПК-3.3 ПКР-1.1 ПКР-1.2 ПКР-1.3 ПКР-2.1 ПКР-2.2 ПКР-2.3	Л1.1 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2Л3.2 Л3.4
	<b>Раздел 3. Вычислительные методы линейной алгебры. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)</b>				
3.1	Прямые и итерационные методы. Метод Гаусса решения СЛАУ. Нормы матрицы и вектора. Матричные последовательности и ряды. Метод простой итерации. Итерационный метод Зейделя. План: 1. Метод Гаусса решения СЛАУ. Нормы матрицы и вектора. Матричные последовательности и ряды. 2. Метод простой итерации Якоби и обращение матрицы. 3. Метод Зейделя. Связь с методом простой итерации. 4. Случай треугольной матрицы. /Лек/	5	4	ОПК-3.1 ОПК-3.2 ОПК-3.3 ПКР-1.1 ПКР-1.2 ПКР-1.3 ПКР-2.1 ПКР-2.2 ПКР-2.3	Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2Л3.2

3.2	Метод Гаусса решения СЛАУ. Программная реализация. Нормы матрицы и вектора. Матричные последовательности и ряды. Подготовка СЛАУ к применению итерационных методов. /Лаб/	5	4	ОПК-3.1 ОПК-3.2 ОПК-3.3 ПКР-1.1 ПКР-1.2 ПКР-1.3 ПКР-2.1 ПКР-2.2 ПКР-2.3	Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2Л3.2
3.3	Метод простой итерации. Параллельные видоизменения с применением к обращению матрицы. Переход итерационного метода в прямой метод в случае треугольной матрицы. /Лаб/	5	4	ОПК-3.1 ОПК-3.2 ОПК-3.3 ПКР-1.1 ПКР-1.2 ПКР-1.3 ПКР-2.1 ПКР-2.2 ПКР-2.3	Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2Л3.2
3.4	Метод Зейделя. Связь с методом простой итерации. Параллельные видоизменения. Случай треугольной матрицы. Программирование итерационных методов и их видоизменений. /Ср/	5	26	ОПК-3.1 ОПК-3.2 ОПК-3.3 ПКР-1.1 ПКР-1.2 ПКР-1.3 ПКР-2.1 ПКР-2.2 ПКР-2.3	Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2Л3.2
3.5	/Зачёт/	5	0	ОПК-3.1 ОПК-3.2 ОПК-3.3 ПКР-1.1 ПКР-1.2 ПКР-1.3 ПКР-2.1 ПКР-2.2 ПКР-2.3	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2Л3.1 Л3.2 Л3.3 Л3.4
<b>Раздел 4. Вычислительные методы линейной алгебры. Полная проблема собственных значений</b>					
4.1	Собственные значения матрицы. Вековое уравнение. Характеристический многочлен. Метод Леверье. Тождество Гамильтона-Кели. План: 1. Постановка полной проблемы собственных значений. 2. Метод Леверье разворачивания коэффициентов характеристического многочлена. 3. Тождество Гамильтона-Кели. Обращение матрицы. 4. Параллельная схема метода Леверье и решения СЛАУ. /Лек/	6	10	ОПК-3.1 ОПК-3.2 ОПК-3.3 ПКР-1.1 ПКР-1.2 ПКР-1.3 ПКР-2.1 ПКР-2.2 ПКР-2.3	Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2Л3.1 Л3.2
4.2	Собственные значения матрицы. Характеристическое уравнение и характеристический многочлен. Связь коэффициентов с минорами и определителем матрицы. /Лаб/	6	4	ОПК-3.1 ОПК-3.2 ОПК-3.3 ПКР-1.1 ПКР-1.2 ПКР-1.3 ПКР-2.1 ПКР-2.2 ПКР-2.3	Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2Л3.2
4.3	Уравнения Ньютона для симметрических функций. Универсальный метод Леверье разворачивания коэффициентов характеристического многочлена. Программирование метода Леверье. /Лаб/	6	6	ОПК-3.1 ОПК-3.2 ОПК-3.3 ПКР-1.1 ПКР-1.2 ПКР-1.3 ПКР-2.1 ПКР-2.2 ПКР-2.3	Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2Л3.2

4.4	Тождество Гамильтона-Кели. Универсальное обращение матрицы. /Лаб/	6	4	ОПК-3.1 ОПК-3.2 ОПК-3.3 ПКР-1.1 ПКР-1.2 ПКР-1.3 ПКР-2.1 ПКР-2.2 ПКР-2.3	Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2Л3.2
4.5	Параллельная схема Ксанки. Программная идентификация собственных чисел матрицы на основе устойчивой сортировки. /Ср/	6	28	ОПК-3.1 ОПК-3.2 ОПК-3.3 ПКР-1.1 ПКР-1.2 ПКР-1.3 ПКР-2.1 ПКР-2.2 ПКР-2.3	Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2Л3.1 Л3.2
<b>Раздел 5. Обзор численных методов дополнительных математических направлений</b>					
5.1	Обзор численных методов дополнительных разделов математики. План: 1. Численные методы решения уравнений в частных производных. 2. Численные методы интегро-дифференциальных уравнений. 3. Численное решение задач теории вероятностей. /Лек/	6	8	ОПК-3.1 ОПК-3.2 ОПК-3.3 ПКР-1.1 ПКР-1.2 ПКР-1.3 ПКР-2.1 ПКР-2.2 ПКР-2.3	Л1.1 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2Л3.2 Л3.4
5.2	Разностные методы решения уравнений в частных производных первого, второго и высших порядков. Метод конечных элементов. /Лаб/	6	8	ОПК-3.1 ОПК-3.2 ОПК-3.3 ПКР-1.1 ПКР-1.2 ПКР-1.3 ПКР-2.1 ПКР-2.2 ПКР-2.3	Л1.1 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2Л3.2 Л3.4
5.3	Кусочно-интерполяционный метод решения уравнений в частных производных /Лаб/	6	6	ОПК-3.1 ОПК-3.2 ОПК-3.3 ПКР-1.1 ПКР-1.2 ПКР-1.3 ПКР-2.1 ПКР-2.2 ПКР-2.3	Л1.1 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2Л3.2 Л3.4
5.4	Численные методы решения задач теории вероятностей. Вычисление дисперсии. Вычисление математического ожидания. Метод наименьших квадратов. /Лаб/	6	8	ОПК-3.1 ОПК-3.2 ОПК-3.3 ПКР-1.1 ПКР-1.2 ПКР-1.3 ПКР-2.1 ПКР-2.2 ПКР-2.3	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2Л3.2 Л3.4
5.5	Численные методы решения интегро-дифференциальных уравнений. Задача Коши для линейного уравнения с интегральным оператором типа Вольтерры. Интегральное уравнение Вольтерры второго рода. Использование интерполяционных полиномов. /Ср/	6	26	ОПК-3.1 ОПК-3.2 ОПК-3.3 ПКР-1.1 ПКР-1.2 ПКР-1.3 ПКР-2.1 ПКР-2.2 ПКР-2.3	Л1.1 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2Л3.2 Л3.4

5.6	/Экзамен/	6	36	ОПК-3.1 ОПК-3.2 ОПК-3.3 ПКР-1.1 ПКР-1.2 ПКР-1.3 ПКР-2.1 ПКР-2.2 ПКР-2.3	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2Л3.1 Л3.2 Л3.3 Л3.4
-----	-----------	---	----	---	--

#### 4. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Структура и содержание фонда оценочных средств для проведения текущей и промежуточной аттестации представлены в Приложении 1 к рабочей программе дисциплины.

#### 5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

##### 5.1. Основная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Колич-во
Л1.1	Фихтенгольц Г. М., Флоринский А. А.	Курс дифференциального и интегрального исчисления: учебное пособие	Москва: Физматлит, 2002	<a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=83196">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=83196</a> неограниченный доступ для зарегистрированных пользователей
Л1.2	Гантмахер Ф. Р.	Теория матриц: учебное пособие	Москва: Физматлит, 2010	<a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=83224">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=83224</a> неограниченный доступ для зарегистрированных пользователей
Л1.3	Березин И. С., Жидков Н. П.	Методы вычислений	Москва: Государственное издательство физико-математической литературы, 1962	<a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=456944">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=456944</a> неограниченный доступ для зарегистрированных пользователей
Л1.4	Громов, Ю. Ю., Иванова, О. Г., Ивановский, М. А., Мартемьянов, Ю. Ф., Серегин, М. Ю.	Численные методы в информационных системах: учебное пособие	Тамбов: Тамбовский государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2012	<a href="http://www.iprbookshop.ru/64618.html">http://www.iprbookshop.ru/64618.html</a> неограниченный доступ для зарегистрированных пользователей

##### 5.2. Дополнительная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Колич-во
Л2.1	Демидович Б. П., Марон И. А., Шувалова Э. З., Демидович Б. П.	Численные методы анализа: приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения	Москва: Главная редакция физико-математической литературы, 1967	<a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=456948">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=456948</a> неограниченный доступ для зарегистрированных пользователей
Л2.2	Калиткин Н. Н., Самарский А. А.	Численные методы	Москва: Наука, 1978	<a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=456957">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=456957</a> неограниченный доступ для зарегистрированных пользователей

##### 5.3. Методические разработки

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Колич-во
--	---------------------	----------	-------------------	----------



	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Колич-во
Л.1	Ромм, Яков Евсеевич, Тюшнякова, И. А.	Применение сортировки для поиска нулей и особенностей функций с приложением к идентификации плоских изображений: учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений, обучающихся по спец. "Математика и информатика"	Таганрог: Изд-во Таганрог. гос. пед. ин-та, 2009	14
Л.2	Ромм Я. Е., Буланов С. Г.	Численные методы. Тесты: учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений, обучающихся по спец. "Математика и информатика"	Таганрог: Изд-во Таганрог. гос. пед. ин-та, 2009	2
Л.3	Ромм, Яков Евсеевич, Аксайская, Л. Н.	Минимизация временной сложности вычисления функций на основе кусочно-полиномиальной интерполяции по Ньютону: учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений по курсу "Численные методы"	Таганрог: Изд-во Таганрог. гос. пед. ин-та, 2011	6
Л.4	Ромм, Яков Евсеевич, Джанунц, Г. А.	Кусочно-полиномиальные приближения функций и решений дифференциальных уравнений в применении к моделям периодических реакций	Таганрог: Изд-во Таганрог. гос. пед. ин-та им. А. П. Чехова, 2013	4

### 5.3 Профессиональные базы данных и информационные справочные системы

### 5.4. Перечень программного обеспечения

DelphiStudio

Microsoft Office

Maxima

### 5.5. Учебно-методические материалы для студентов с ограниченными возможностями здоровья

При необходимости по заявлению обучающегося с ограниченными возможностями здоровья учебно-методические материалы предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям здоровья и восприятия информации. Для лиц с нарушениями зрения: в форме аудиофайла; в печатной форме увеличенным шрифтом. Для лиц с нарушениями слуха: в форме электронного документа; в печатной форме. Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата: в форме электронного документа; в печатной форме.

## 6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Помещения для проведения всех видов работ, предусмотренных учебным планом, укомплектованы необходимой специализированной учебной мебелью и техническими средствами обучения. Для проведения лекционных занятий используется демонстрационное оборудование. Лабораторные занятия проводятся в компьютерных классах, рабочие места в которых оборудованы необходимыми лицензионными программными средствами и выходом в Интернет.

## 7. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Методические указания по освоению дисциплины представлены в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины.

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

**1. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания**

1.1 Показатели и критерии оценивания компетенций:

ЗУН, составляющие компетенцию	Показатели оценивания	Критерии оценивания	Средства оценивания
ОПК-3: Способен решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности;			
Знает принципы, методы и средства решения стандартных задач профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности.	Осуществление поиска и сбора необходимой литературы, изучение лекционного материала, основной и дополнительной литературы, подготовка доклада	соответствие проблеме исследования; полнота и содержательность ответа; умение приводить примеры; умение отстаивать свою позицию; умение пользоваться дополнительной литературой при подготовке к занятиям; соответствие представленной информации материалам лекции и учебной литературы, сведениям из информационных ресурсов Интернет	<i>О, ЛЗ, Т, Д</i>
Умеет решать стандартные задачи профессиональной деятельности	Изучение современных информационно-коммуникационных технологий	достоверность решения заданий с помощью программных средств, правильность выполнения тестового задания	
Владеет навыками подготовки обзоров, аннотаций, составления рефератов, научных докладов, публикаций	Использование современных информационных технологий	Степень подготовленности работы	
ПКР-1: Способен применять системный подход, математические методы и основные методы искусственного интеллекта в формализации решения прикладных задач			
Знает численные методы высшей алгебры, включая прямые и итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений, решение уравнений высших степеней, решение полной проблемы собственных значений; численные методы математического анализа, включая интерполирование функций, численное интегрирование и дифференцирование, методы поиска экстремумов и численной	Знание соответствующих методов	соответствие проблеме исследования; полнота и содержательность ответа; умение приводить примеры; умение отстаивать свою позицию; умение пользоваться дополнительной литературой при подготовке к занятиям; соответствие представленной информации материалам лекции и учебной литературы, сведениям из	<i>О, ЛЗ, Т, Д</i>

<p>оптимизации, решение функциональных уравнений; методы приближенного решения обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных; численные методы моделирования и теории вероятностей</p>		<p>информационных ресурсов Интернет</p>	
<p>Умеет применять и программировать численные методы решения задач высшей алгебры с помощью прямых и итерационных методов, программно находить приближенные решения уравнений высших степеней и полной проблемы собственных значений; применять и программировать численные методы математического анализа, включающие аппроксимацию функций, приближенные квадратурные формулы и дифференцирование, вычисление экстремумов и численную оптимизацию, решение функциональных уравнений; применять и программировать методы приближенного решения обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных; численные методы моделирования и теории вероятностей;</p>	<p>Умение применять методы</p>	<p>достоверность решения заданий с помощью программных средств, правильность выполнения тестового задания</p>	
<p>Владеет методами численного анализа и вычислительной линейной алгебры; методами численного решения дифференциальных уравнений; методами оценки погрешности, трудоемкости и временной сложности вычислительных алгоритмов.</p>	<p>Использование современных информационных технологий</p>	<p>Достоверность решения заданий с помощью программных средств, правильность выполнения тестового задания</p>	<p><i>О, ЛЗ, Т, Д</i></p>
<p>ПКР-2: Способен готовить обзоры научной литературы и электронных информационно-образовательных ресурсов для профессиональной деятельности</p>			
<p>Знает современные интернет-ресурсы профессиональной сферы</p>	<p>Осуществление поиска и сбора необходимой литературы, изучение лекционного материала, основной и дополнительной литературы, подготовка доклада</p>	<p>соответствие проблеме исследования</p>	<p><i>О, ЛЗ, Т, Д</i></p>

Умеет готовить обзоры научной литературы	Использование современных информационных технологий	Качество оформления материалов
Владеет навыками подготовки библиографический список в соответствии с государственными стандартами	Использование современных информационных технологий	Качество оформления материалов

## 1.2 Шкалы оценивания:

Текущий контроль успеваемости и промежуточная аттестация осуществляется в рамках накопительной балльно-рейтинговой системы в 100-балльной шкале:

50-100 баллов (зачет);

0-49 баллов (незачет).

84–100	5 (отлично)
67–83	4 (хорошо)
50–66	3 (удовлетворительно)
0–49	2 (неудовлетворительно)

## 2 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

### Вопросы к зачету

по дисциплине Численные методы

1. Дайте определение абсолютной и относительной погрешности, изложите классификацию погрешностей.
2. Как ставится задача интерполяции?
3. Как строятся интерполяционные полиномы Лагранжа и Ньютона, при каких условиях эти полиномы совпадают?
4. Напишите остаточный член интерполяции для интерполяционного полинома Ньютона при интерполировании вперед.
5. Напишите остаточный член интерполяции для интерполяционного полинома Ньютона при интерполировании назад.
6. Напишите остаточный член интерполяции для интерполяционного полинома Лагранжа с не равноотстоящими узлами.
7. Приведите формулы прямоугольников с левыми и правыми ординатами, укажите оценку погрешности вычисления интеграла.
8. Как строится приближенное вычисление интеграла по формуле трапеций, как это связано с интерполяцией?
9. Приведите формулу Симпсона приближенного вычисления интеграла, укажите связь с интерполяционным полиномом Ньютона.

10. Дайте сравнение погрешностей вычисления интеграла по формулам прямоугольников, трапеций и парабол.
11. Как строятся и каковы условия сходимости методов хорд и касательных приближенного решения трансцендентных уравнений?
12. Как строятся и каковы условия сходимости последовательных приближений Пикара для решения ОДУ?
13. Дайте вывод метода Эйлера разностного решения задачи Коши для ОДУ.
14. Оцените погрешность метода Эйлера на шаге и на промежутке решения задачи Коши для ОДУ.
15. Напишите формулы метода Рунге-Кутты четвертого порядка и укажите погрешность метода на шаге.
16. Дайте описание метода Гаусса решения СЛАУ, вычисления определителя и обратной матрицы на основе этого метода.
17. Дайте формулы канонических согласованных норм матрицы и вектора. Докажите три теоремы о матричных рядах.
18. Опишите метод простой итерации решения СЛАУ в приведенной форме, докажите сходимость и оцените скорость сходимости.
19. Опишите метод Зейделя решения СЛАУ в приведенной форме и связь этого метода с методом простой итерации.
20. Как ставится полная проблема собственных значений в случае квадратной матрицы?
21. Запишите уравнения Ньютона для симметрических функций. Как на их основе строится метод Леверье решения полной проблемы собственных значений?
22. Запишите метод Леверье в матрично-векторной форме.
23. Как собственные числа матрицы идентифицируются программно на основе устойчивой адресной сортировки?
24. Запишите тождество Гамильтона-Кели. Требуется ли обращение матрицы на основе этого тождества выполнения метода Леверье?
25. Опишите параллельную схему Ксанки для выполнения метода Леверье и обращения матрицы.
26. Оцените временную сложность параллельной схемы Ксанки решения СЛАУ.
27. Оцените временную сложность матрично-векторных операций в параллельной форме.
28. Для каких матриц итерационный метод их обращения переходит в точный? С какой оценкой временной сложности?
29. Сформулируйте основную идею построения разностных методов решения уравнений в частных производных.

### **Критерии оценки:**

- оценка «зачтено» (50-100 баллов) выставляется студенту, если он показал наличие твердых знаний в объеме пройденного курса в соответствии с целями обучения, изложение ответов с отдельными ошибками, уверенно исправленными после дополнительных вопросов; правильные в целом действия по применению знаний на практике

- оценка «не зачтено» (0-49 баллов) - ответы не связаны с вопросами, наличие грубых ошибок в ответе, непонимание сущности излагаемого вопроса, неумение применять знания на практике, неуверенность и неточность ответов на дополнительные и наводящие вопросы

## **Экзаменационные билеты**

по дисциплине Численные методы

Вариант № 1

по дисциплине «Численные методы»

для 2 курса, направления 09.03.03 «Прикладная информатика»

профиль «Прикладная информатика в менеджменте»

(очная форма обучения)

1. Понятие приближенных методов вычислений. Погрешность, виды и источники погрешностей.
2. Интерполяционный многочлен Лагранжа.
3. Построить конечные разности 3-го порядка для  $e^x$  на  $[0,1]$  с шагом  $h = \frac{1}{10}$

#### Вариант № 2

по дисциплине «Численные методы»  
для 2 курса, направления 09.03.03 «Прикладная информатика»  
профиль «Прикладная информатика в менеджменте»  
(очная форма обучения)

1. Постановка задачи интерполирования.
2. Метод Гаусса решения систем линейных алгебраических уравнений.
3. Сколько узлов интерполяции требует интерполяционный многочлен  $N$ -й степени?

#### Вариант № 3

по дисциплине «Численные методы»  
для 2 курса, направления 09.03.03 «Прикладная информатика»  
профиль «Прикладная информатика в менеджменте»  
(очная форма обучения)

1. Интерполяционный многочлен Ньютона для интерполирования назад.
2. Формула Симпсона для приближенного вычисления определенных интегралов.
3. Как оценить погрешность метода Эйлера решения задачи Коши для уравнения  $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$ ,  $y(x_0) = y_0$ , на  $[a, b]$  в приближении с шагом  $h = \frac{1}{100}$ ?

#### Вариант № 4

по дисциплине «Численные методы»  
для 2 курса, направления 09.03.03 «Прикладная информатика»  
профиль «Прикладная информатика в менеджменте»  
(очная форма обучения)

1. Метод Пикара приближенного решения задачи Коши для дифференциального уравнения  $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$ ,  $y(x_0) = y_0$ .
2. Нормы матрицы и вектора, канонические и согласованные нормы матрицы и вектора.

3. Применим ли метод Гаусса для решения системы  $x = Ax + b$  при  $A = \begin{pmatrix} 3 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 3 & \frac{1}{3} \\ 4 & \frac{1}{4} & 3 \end{pmatrix}$  ?

**Вариант № 5**

по дисциплине «Численные методы»  
для 2 курса, направления 09.03.03 «Прикладная информатика»  
профиль «Прикладная информатика в менеджменте»  
(очная форма обучения)

1. Формула трапеций для приближенного вычисления определенных интегралов.
2. Выражение значений функции через разности высших порядков.
3. Как оценить погрешность метода Рунге-Кутты приближенного решения задачи Коши для уравнения  $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$ ,  $y(x_0) = y_0$ , с шагом  $\frac{1}{10}$  ?

**Вариант № 7**

по дисциплине «Численные методы»  
для 2 курса, направления 09.03.03 «Прикладная информатика»  
профиль «Прикладная информатика в менеджменте»  
(очная форма обучения)

1. Понятие и свойства конечных разностей произвольного порядка.
2. Метод Гаусса решения системы линейных алгебраических уравнений.
3. Как оценить погрешность интерполирования по Лагранжу функции  $y = \sin x + \cos x$  на  $[0, 1]$  для 10 равноотстоящих узлов интерполяции.

**Вариант № 6**

по дисциплине «Численные методы»  
для 2 курса, направления 09.03.03 «Прикладная информатика»  
профиль «Прикладная информатика в менеджменте»  
(очная форма обучения)

1. Метод Эйлера-Коши приближенного решения уравнения  $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$ ,  $y(x_0) = y_0$ .
2. Метод Пикара приближенного решения задачи Коши для уравнения  $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$ ,  $y(x_0) = y_0$ .

3. Будет ли иметь решение система  $x = Ax + b$  при  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ ?

**Вариант № 8**

по дисциплине «Численные методы»  
для 2 курса, направления 09.03.03 «Прикладная информатика»  
профиль «Прикладная информатика в менеджменте»  
(очная форма обучения)

1. Метод Рунге-Кутты приближенного решения уравнения  $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$ ,  $y(x_0) = y_0$ .
2. Обращение матрицы по методу Гаусса.
3. Существует ли решение системы  $Ax = b$  при  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 4 & 4 & 4 \end{pmatrix}$ ?

**Вариант № 9**

по дисциплине «Численные методы»  
для 2 курса, направления 09.03.03 «Прикладная информатика»  
профиль «Прикладная информатика в менеджменте»  
(очная форма обучения)

1. Метод Пикара приближенного решения задачи Коши для уравнения  $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$ ,  $y(x_0) = y_0$ .
2. Понятие нормы вектора и нормы матрицы. Канонические и согласованные нормы.
3. Выполнено ли условие обратимости матрицы  $E - A$ ,  $E$  - единичная матрица,  $A = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ ?

**Вариант № 11**

по дисциплине «Численные методы»  
для 2 курса, направления 09.03.03 «Прикладная информатика»  
профиль «Прикладная информатика в менеджменте»  
(очная форма обучения)

1. Метод Эйлера приближенного решения задачи Коши для уравнения  $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$ ,  $y(x_0) = y_0$ .
2. Матричные последовательности, ряды из матриц, теоремы об их сходимости.
3. С какой погрешностью взят интеграл  $\int_a^b f(x) dx$ ,  $[a, b] = [0, 1]$ , шаг  $h = \frac{1}{10}$ ,  $f(x) = e^{-x}$ , при приближении по формуле трапеций?



Вариант № 10  
по дисциплине «Численные методы»  
для 2 курса, направления 09.03.03 «Прикладная информатика»  
профиль «Прикладная информатика в менеджменте»  
(очная форма обучения)

1. Интерполяционный многочлен Ньютона для случая равностоящих узлов.
2. Метод обращения матрицы вида  $E - A$ ,  $\|A\| < 1$ .
3. Как по методу Гаусса вычислить определитель матрицы?

Вариант № 12  
по дисциплине «Численные методы»  
для 2 курса, направления 09.03.03 «Прикладная информатика»  
профиль «Прикладная информатика в менеджменте»  
(очная форма обучения)

1. Интерполяционный многочлен Лагранжа.
2. Понятие конечных разностей и их свойства.
3. Метод Гаусса и его применение для обращения матрицы

Вариант № 13  
по дисциплине «Численные методы»  
для 2 курса, направления 09.03.03 «Прикладная информатика»  
профиль «Прикладная информатика в менеджменте»  
(очная форма обучения)

1. Метод Эйлера приближенного решения задачи Коши для уравнения

$$\frac{dx}{dy} = f(x, y), y(x_0) = y_0.$$

2. Формула Симпсона для вычисления  $\int_a^b f(x)dx$ .

3. Записать формулу метода Эйлера для приближенного решения

уравнения  $\frac{dx}{dy} = (x - y)^2, y(0) = 4$ .

Вариант № 15

по дисциплине «Численные методы»  
для 2 курса, направления 09.03.03 «Прикладная информатика»  
профиль «Прикладная информатика в менеджменте»  
(очная форма обучения)

1. Методы Эйлера-Коши и Рунге-Кутты приближенного решения задачи Коши

для уравнения  $\frac{dy}{dx} = f(x, y), y(x_0) = y_0$ .

2. Формула трапеций для приближенного вычисления  $\int_a^b f(x) dx$ .

3. Будет ли сходиться матричный ряд  $\sum_{l=0}^{\infty} \frac{1}{l!} A^l$  при  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ ?

Вариант № 14

по дисциплине «Численные методы»  
для 2 курса, направления 09.03.03 «Прикладная информатика»  
профиль «Прикладная информатика в менеджменте»  
(очная форма обучения)

1. Метод Пикара приближенного решения задачи для уравнения  $\frac{dy}{dx} = f(x, y), y(x_0) = y_0$ .

2. Формула прямоугольников для приближенного вычисления  $\int_a^b f(x) dx$ .

3. Зачем требуется двойной шаг в формуле Симпсона для вычисления  $\int_a^b f(x) dx$ ?

Вариант № 16

по дисциплине «Численные методы»  
для 2 курса, направления 09.03.03 «Прикладная информатика»  
профиль «Прикладная информатика в менеджменте»  
(очная форма обучения)

1. Интерполяционный многочлен Ньютона.

2. Матричные последовательности и ряды, нормы матриц.

3. Как оценить погрешность приближенного вычисления  $\int_a^b f(x)$  по формуле прямоугольников?

Вариант № 17

по дисциплине «Численные методы»  
для 2 курса, направления 09.03.03 «Прикладная информатика»  
профиль «Прикладная информатика в менеджменте»  
(очная форма обучения)

1. Метод хорд (или секущих) решения трансцендентных уравнений  $F(x) = 0$ .

2. Интерполяционный многочлен Лагранжа.

3. Сходится ли матричная последовательность  $\begin{pmatrix} (-1)^n & \frac{1}{n} \\ \sin\left(\frac{1}{n}\right) & 0 \end{pmatrix}$  при  $n \rightarrow \infty$ ?

**Вариант № 19**

по дисциплине «Численные методы»  
для 2 курса, направления 09.03.03 «Прикладная информатика»  
профиль «Прикладная информатика в менеджменте»  
(очная форма обучения)

1. Метод Зейделя приближенного решения системы  $x = Ax + b$ .

2. Метод хорд решения уравнения  $F(x) = 0$ .

3. Сколько членов следует взять в матричном  $\sum_{\ell=0}^{\infty} A^{\ell}$ , чтобы выполнялось

$$\|A^{\ell}\| < 10^{-10}, \text{ если } \|A\| < 0.1 ?$$

**Вариант № 18**

по дисциплине «Численные методы»  
для 2 курса, направления 09.03.03 «Прикладная информатика»  
профиль «Прикладная информатика в менеджменте»  
(очная форма обучения)

1. Метод хорд (или секущих) решения трансцендентных уравнений  $F(x) = 0$ .

2. Понятие и свойства конечных разностей произвольных порядков.

3. Сходится ли матричный ряд  $\sum_{l=0}^{\infty} A^l$  при  $\|A\| = 1$ ?

**Вариант № 20**

по дисциплине «Численные методы»  
для 2 курса, направления 09.03.03 «Прикладная информатика»  
профиль «Прикладная информатика в менеджменте»  
(очная форма обучения)

1. Решение системы  $Ax = b$  в случае, когда  $A$  – нижняя треугольная матрица.
2. Интерполяционный многочлен Ньютона для интерполирования вперед.
3. К какому пределу сходится произведение  $\prod_{\ell=0}^{\infty} (E + x^{2^\ell})$  при условии  $|x| < 1$ ?

**Вариант № 21**  
 по дисциплине «Численные методы»  
для 2 курса, направления 09.03.03 «Прикладная информатика»  
профиль «Прикладная информатика в менеджменте»  
(очная форма обучения)

1. Обращение матрицы  $E - A$ ,  $\det(E - A) \neq 0$ ,  $\|A\| < 1$ .
2. Конечные разности и их свойства, их выражение через значения функции.
3. Как вычислить определитель матрицы по окончании прямого хода метода Гаусса решения системы  $Ax = b$ ?

**Вариант № 23**  
 по дисциплине «Численные методы»  
для 2 курса, направления 09.03.03 «Прикладная информатика»  
профиль «Прикладная информатика в менеджменте»  
(очная форма обучения)

1. Обращение матрицы по методу Гаусса.
2. Выражение значений функции через конечные разности высших порядков.
3. Как оценить погрешность вычисления  $\int_a^b e^{-x} \cos^2 x dx$  по методу трапеций,  $|b - a| = 1$ .

**Вариант № 22**  
 по дисциплине «Численные методы»  
для 2 курса, направления 09.03.03 «Прикладная информатика»  
профиль «Прикладная информатика в менеджменте»  
(очная форма обучения)

1. Обращение матрицы вида  $E - A$ , где  $A$  – нижняя треугольная с нулевой диагональю.

2. Выражение значений функции через разности высших порядков.

3. Чему равна конечная разность  $\Delta^6 f(x)$  если  $f(x) = \sum_{l=0}^5 a_l x^l$  ?

Вариант № 24

по дисциплине «Численные методы»  
для 2 курса, направления 09.03.03 «Прикладная информатика»  
профиль «Прикладная информатика в менеджменте»  
(очная форма обучения)

1. Метод Эйлера приближенного решения уравнения  $\frac{dy}{dx} = f(x, y), y(x_0) = y_0$ .

2. Метод Гаусса решения системы  $Ax = b$ .

3. Как вычислить определитель матрицы  $E - A$  при  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$  ?

Вариант № 25

по дисциплине «Численные методы»  
для 2 курса, направления 09.03.03 «Прикладная информатика»  
профиль «Прикладная информатика в менеджменте»  
(очная форма обучения)

1. Метод Пикара приближенного решения задачи Коши

для дифференциального уравнения  $\frac{dy}{dx} = f(x, y), y(x_0) = y_0$ .

2. Приближенное вычисление определенных интегралов по формулам прямоугольников.

3. Применим ли метод Гаусса для решения системы  $x = Ax + b$  при

$$A = \frac{1}{100} \begin{pmatrix} 5 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 9 \end{pmatrix} ?$$

Вариант № 27

по дисциплине «Численные методы»  
для 2 курса, направления 09.03.03 «Прикладная информатика»  
профиль «Прикладная информатика в менеджменте»  
(очная форма обучения)

1. Интерполяционный многочлен Лагранжа.

2. Методы хорд и касательных приближенного решения уравнения  $F(x) = 0$ .

3. Применим ли метод Гаусса для решения системы  $x = Ax + b$  при  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 9 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ ?

Вариант № 26

по дисциплине «Численные методы»  
для 2 курса, направления 09.03.03 «Прикладная информатика»  
профиль «Прикладная информатика в менеджменте»  
(очная форма обучения)

1. Переход итерационных методов в точные в случае нижней треугольной матрицы с нулевой диагональю.
2. Погрешность интерполяции по Лагранжу и по Ньютону.
3. Приближенное обращение матрицы  $(E - A)$ ,  $E$  - единичная,  $\|A\| < 1$

Вариант № 28

по дисциплине «Численные методы»  
для 2 курса, направления 09.03.03 «Прикладная информатика»  
профиль «Прикладная информатика в менеджменте»  
(очная форма обучения)

1. Обращение матрицы  $(E - A)$ , где  $A$  - нижняя треугольная с нулевой диагональю.
2. Метод простой итерации.

3. Почему матрица  $E - A$  невырожденная при  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ ?

Вариант № 29

по дисциплине «Численные методы»  
для 2 курса, направления 09.03.03 «Прикладная информатика»  
(курс, направление)  
профиль «Прикладная информатика в менеджменте»  
(очная форма обучения)

1. Связь метода Зейделя и метода простой итерации.
2. Метод касательных решения уравнения  $F(x) = 0$ .

3. Погрешность формулы Симпсона приближенного вычисления  $\int_a^b f(x)dx$ .

Вариант № 31  
по дисциплине «Численные методы»  
для 2 курса, направления 09.03.03 «Прикладная информатика»  
профиль «Прикладная информатика в менеджменте»  
(очная форма обучения)

1. Метод хорд решения трансцендентных уравнений  $F(x)=0$ .

2. Интерполяционный многочлен Ньютона.

3. Найти предел матричной последовательности  $\begin{pmatrix} (-1)^n / n & \sin\left(\frac{1}{n}\right) \\ n \sin \frac{1}{n} & 1 \end{pmatrix}$  при  $n \rightarrow \infty$ .

Вариант № 30  
по дисциплине «Численные методы»  
для 2 курса, направления 09.03.03 «Прикладная информатика»  
профиль «Прикладная информатика в менеджменте»  
(очная форма обучения)

1. Приближенное вычисление производных на основе интерполяционного многочлена Ньютона.

2. Оценка погрешности метода Эйлера на произвольном промежутке при приближенном решении задачи Коши для дифференциального уравнения  $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$ ,  $y(x_0) = y_0$ .

3. Какую точку взять в качестве неподвижной при решении уравнения  $e^{4x-2} = 4$  по методу хорд?

Вариант № 32  
по дисциплине «Численные методы»  
для 2 курса, направления 09.03.03 «Прикладная информатика»  
профиль «Прикладная информатика в менеджменте»  
(очная форма обучения)

1. Метод Лаврентье решения полной проблемы собственных значений.

2. Выражение конечных разностей высших порядков через значения функции.

3. Оценка погрешности вычисления  $\int_a^b e^{-x} \cos^2 x dx$  по методу трапеций,  $|b-a|=1$ .

Вариант № 33  
по дисциплине «Численные методы»  
для 2 курса, направления 09.03.03 «Прикладная информатика»  
профиль «Прикладная информатика в менеджменте»  
(очная форма обучения)

1. Метод Эйлера приближенного решения уравнения  $\frac{dy}{dx} = f(x, y), y(x_0) = y_0$ .
2. Метод Гаусса решения системы  $Ax = b$ .
3. Как вычислить определитель матрицы на основе метода Леверье решения полной проблемы собственных значений?

Вариант № 34  
по дисциплине «Численные методы»  
для 2 курса, направления 09.03.03 «Прикладная информатика»  
профиль «Прикладная информатика в менеджменте»  
(очная форма обучения)

1. Метод Эйлера приближенного решения уравнения  $\frac{dy}{dx} = f(x, y), y(x_0) = y_0$ .
2. Обращение матрицы на основе метода Леверье и соотношения Гамильтона-Кели.
3. Как вычислить определитель матрицы на основе метода Гаусса решения системы линейных алгебраических уравнений?

Вариант № 35  
по дисциплине «Численные методы»  
для 2 курса, направления 09.03.03 «Прикладная информатика»  
профиль «Прикладная информатика в менеджменте»  
(очная форма обучения)

1. Метод Эйлера-Коши приближенного решения уравнения  $\frac{dy}{dx} = f(x, y), y(x_0) = y_0$ .
2. Нахождение собственных чисел матрицы на основе метода Леверье.
3. Как вычислить определитель матрицы на основе метода Леверье ?

Вариант № 36  
по дисциплине «Численные методы»  
для 2 курса, направления 09.03.03 «Прикладная информатика»  
профиль «Прикладная информатика в менеджменте»  
(очная форма обучения)



1. Использование алгоритмов сортировки для нахождения корней полнома.
2. Нахождение собственных чисел матрицы с применением сортировки подсчетом.
3. Как вычислить обратить матрицу общего вида на основе метода простой итерации?

### Критерии оценки:

Оценка	Критерии
Отлично (84–100)	ответы на вопросы четкие, обоснованные и полные, проявлена готовность к дискуссии, студент демонстрирует высокий уровень владения знаниями, умениями и навыками соответствующих компетенций, что позволяет ему решать широкий круг типовых и нетиповых задач.
Хорошо (67–83)	ответы на вопросы преимущественно правильные, но недостаточно четкие, студент способен самостоятельно воспроизводить и применять соответствующие знания, умения и навыки для решения типовых задач дисциплины, может выполнять поиск и использование новой информации для выполнения новых профессиональных действий на основе полностью освоенных знаний, умений и навыков соответствующих компетенций
Удовлетворительно (50–66)	ответы на вопросы не полные, на некоторые ответ не получен, знания, умения, навыки сформированы на базовом уровне, студенты частично, с помощью извне (например, с использованием наводящих вопросов, ассоциативного ряда понятий и т.д.) могут воспроизводить и применять соответствующие знания, умения, навыки
Неудовлетворительно (0–49)	на большую часть вопросов ответы не были получены, либо они показали полную некомпетентность студента в материале дисциплины, студент не способен самостоятельно, без помощи извне, воспроизводить и применять соответствующие знания, умения, навыки или знания, умения и навыки у студента не выявлены

### Вопросы для опросов

по дисциплине Численные методы

приведены в экзаменационных билетах под номерами 1 и 2.

### Критерии оценки:

Оценка	Критерии
10 баллов	ответы на вопросы четкие, обоснованные и полные, проявлена готовность к дискуссии, студент демонстрирует высокий уровень владения знаниями, умениями и навыками соответствующих компетенций, что позволяет ему решать широкий круг типовых и нетиповых задач.
7 баллов	ответы на вопросы преимущественно правильные, но недостаточно четкие, студент способен самостоятельно воспроизводить и применять соответствующие знания, умения и навыки для решения типовых задач дисциплины, может выполнять поиск и использование новой информации для выполнения новых профессиональных действий на основе полностью освоенных знаний, умений и навыков соответствующих компетенций
5 баллов	ответы на вопросы не полные, на некоторые ответ не получен, знания, умения, навыки сформированы на базовом уровне, студенты частично, с помощью извне (например, с использованием наводящих вопросов, ассоциативного ряда понятий и т.д.) могут воспроизводить и применять соответствующие знания, умения, навыки
1 балл	на большую часть вопросов ответы не были получены, либо они показали полную некомпетентность студента в материале дисциплины, студент не способен самостоятельно, без помощи извне, воспроизводить и применять соответствующие знания, умения, навыки или знания, умения и навыки у студента не выявлены

## Лабораторные задания

### 1. Тематика лабораторных работ по разделам и темам

	<b>Раздел 1. Численные методы математического анализа</b>
1.2	Погрешность приближенных вычислений. Классификация погрешностей. Различие между математическими приближениями и их компьютерной реализацией. /Лаб/
1.3	Интерполяционный полином Лагранжа. Остаточный член интерполяции. Интерполяционные полиномы Ньютона с оценкой остаточных членов. Примеры программной реализации. /Лаб/
1.5	Приближенное вычисление интегралов по формулам прямоугольников, трапеций и парабол. Сравнение погрешностей. Подход Ньютона-Котеса. Программные реализации. /Лаб/
1.6	Приближенное дифференцирование. Методы хорд и касательных приближенного решения трансцендентных и алгебраических уравнений. Программная реализация метода Ньютона. /Лаб/
	<b>Раздел 2. Методы приближенного решения обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ)</b>
2.2	Метод Пикара последовательных приближений решения задачи Коши для ОДУ. Теорема Пикара. Условия равномерной сходимости и оценки скорости сходимости. Примеры применения. /Лаб/
2.3	Метод Эйлера разностного решения задачи Коши для ОДУ. Оценка погрешности на шаге метода. Сходимость. Оценка погрешности на промежутке решения. Программирование метода Эйлера. /Лаб/
2.4	Методы Рунге-Кутты четвертого и высших порядков. Погрешность на шаге. /Лаб/
	<b>Раздел 3. Вычислительные методы линейной алгебры. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)</b>
3.2	Метод Гаусса решения СЛАУ. Программная реализация. Нормы матрицы и вектора. Матричные последовательности и ряды. Подготовка СЛАУ к применению итерационных методов. /Лаб/
3.3	Метод простой итерации. Параллельные видоизменения с применением к обращению матрицы. Переход итерационного метода в прямой метод в случае треугольной матрицы. /Лаб/
	<b>Раздел 4. Вычислительные методы линейной алгебры. Полная проблема собственных значений</b>
4.2	Собственные значения матрицы. Характеристическое уравнение и характеристический многочлен. Связь коэффициентов с минорами и определителем матрицы. /Лаб/
4.3	Уравнения Ньютона для симметрических функций. Универсальный метод Лаверье разворачивания коэффициентов характеристического многочлена. Программирование метода Лаверье. /Лаб/

4.4	Тождество Гамильтона-Кели. Универсальное обращение матрицы. /Лаб/
	<b>Раздел 5. Обзор численных методов дополнительных математических направлений</b>
5.2	Разностные методы решения уравнений в частных производных первого, второго и высших порядков. Метод конечных элементов. /Лаб/
5.3	Кусочно-интерполяционный метод решения уравнений в частных производных /Лаб/
5.4	Численные методы решения задач теории вероятностей. Вычисление дисперсии. Вычисление математического ожидания. Метод наименьших квадратов. /Лаб/

### Критерии оценки:

За выполнение всех лабораторных работ курса запланирован максимум в 30 баллов, если студент в ходе защиты показал наличие твердых знаний по материалу лабораторной работы, изложение ответов с отдельными ошибками, уверенно исправленными после дополнительных вопросов; правильные в целом действия по применению знаний на практике. В случае частичного выполнения работ, баллы уменьшаются пропорционально количеству защищенных работ.

## Тесты письменные и/или компьютерные

по дисциплине Численные методы

### 1.Банк тестов

#### Задание #1

#### 1.Банк тестов

1. К числу приближенных методов вычисления относится –
  - 1.1 метод Гаусса решения системы линейных алгебраических уравнений\*
  - 1.2 метод Зейделя решения системы линейных алгебраических уравнений
  - 1.3 метод Леверье решения полной проблемы собственных значений
  - 1.4 метод обращения матрицы на основе соотношения Гамильтона-Кэли
2. Интерполяционный многочлен Лагранжа определен только
  - 2.1 для равноотстоящих узлов
  - 2.2 для не равноотстоящих узлов
  - 2.3 для фиксированного числа узлов
  - 2.4 для произвольного числа произвольно расположенных узлов\*
3. Конечные разности  $k$ -го порядка определены только
  - 3.1 для  $k+1$  равноотстоящих узлов\*
  - 3.2 для  $k+1$  не равноотстоящих узлов
  - 3.3 для  $k-1$  равноотстоящих узлов
  - 3.4 для  $k$  произвольно расположенных узлов
4. Постановка задачи интерполирования предусматривает только
  - 4.1 интерполирование непрерывных функций
  - 4.2 интерполирование разрывных функций
  - 4.3 интерполирование таблично заданных функций
  - 4.4 интерполирование произвольно заданных в узлах интерполяции функций\*

## 5. Метод Гаусса решения систем линейных алгебраических уравнений

5.1 позволяет вычислить определитель матрицы\*

5.2 решает систему линейных алгебраических уравнений в приведенной форме

5.3 позволяет решить систему линейных алгебраических уравнений общего вида за  $n$  шагов,  
где  $n$  – порядок матрицы системы

5.4 универсально решить систему линейных алгебраических уравнений без выбора ненулевого ведущего элемента

## 6. Сколько узлов интерполяции требует интерполяционный многочлен $n$ -й степени

6.1  $n-1$ , если это интерполяционный многочлен Ньютона

6.2  $n$ , если это интерполяционный многочлен Лагранжа

6.3  $n+1$ , если это произвольный интерполяционный многочлен\*

6.4  $2n-1$ , если это интерполяционный многочлен Ньютона для интерполирования назад

## 7. Интерполяционный многочлен Ньютона для интерполирования назад

7.1 позволяет продвинуть значения интерполируемой функции от начала таблицы к концу

7.2 позволяет продвинуть значения интерполируемой функции от конца таблицы к началу\*

7.3 использует конечные разности значения высшего порядка в конце таблицы

7.4 использует выражения конечных разностей через значения функции

## 8. Формула Симпсона для приближенного вычисления определенных интегралов

8.1 основана на замене подынтегральной функции интерполяционным многочленом Лагранжа

8.2 основана на замене подынтегральной функции линейным интерполяционным многочленом

8.3 основана на замене подынтегральной функции интерполяционным многочленом Ньютона для интерполирования вперед 3-й степени

8.4 основана на замене подынтегральной функции интерполяционным многочленом Ньютона для интерполирования вперед 2-й степени\*

## 9. Как оценить погрешность метода Эйлера решения задачи Коши для уравнения

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y), \quad y(x_0) = y_0, \quad \text{на } [a, b] \quad \text{в приближении с шагом } h = \frac{1}{100} ?$$

9.1  $O(h^3)$

9.2  $O(h^2)$

9.3  $O(h)$  с коэффициентом, зависящим от длины подынтервала\*

9.4  $O(h)$  с постоянным коэффициентом

## 10. Метод Пикара приближенного решения задачи Коши для дифференциального уравнения

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y), \quad y(x_0) = y_0$$

10.1 является разностной схемой приближенного решения

10.2 является методом аналитического приближения решения на достаточно малом промежутке\*

10.3 является методом приближения решения в дифференциальной форме

10.4 является сходящимся методом аналитического приближения решения при любых условиях

## 11. Нормы матрицы и вектора, канонические и согласованные нормы матрицы и вектора

11.1 Согласованы нормы матриц

11.2 Согласованы нормы векторов

11.3 Каноническая норма матрицы не превосходит модулей ее элементов

11.4 Каноническая норма степени матрицы не превосходит степени ее нормы\*

12. Метод Гаусса решения системы линейных алгебраических уравнений

12.1 применим для решения системы  $x = Ax + b$  при  $A = \begin{pmatrix} 3 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 3 & \frac{1}{3} \\ 4 & \frac{1}{4} & 3 \end{pmatrix}$  \*

12.2 применим для решения системы  $Ax = b$  при  $A = \begin{pmatrix} 3 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 3 & \frac{1}{3} \\ 0 & 9 & 1 \end{pmatrix}$

12.3 не применим для точного решения системы  $x = Ax + b$

12.4 не применим для обращения матрицы  $A = \begin{pmatrix} 3 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 3 & \frac{1}{3} \\ 4 & \frac{1}{4} & 3 \end{pmatrix}$

13 Формула трапеций для приближенного вычисления определенных интегралов

13.1 имеет погрешность  $O(h^3)$ , где  $h$  – шаг интегрирования

13.2 сходится, какова бы ни была подынтегральная функция

13.3 выводится путем замены подынтегральной функции на ее приближение линейным интерполяционным многочленом Лагранжа

13.4 выводится путем замены подынтегральной функции на ее приближение линейным интерполяционным многочленом Ньютона для интерполирования вперед\*

14. Выражение значений функции через разности высших порядков

14.1 требует числа узлов, на единицу большего младшего порядка разности

14.2 требует числа узлов, на единицу меньшего старшего порядка разности

14.3 включает разности всех порядков до  $k$ -го включительно, где  $k$  на единицу меньше номера узла, в котором взята функция\*

14.4 использует производные высших порядков этой функции

15. Как оценить погрешность метода Рунге-Кутты приближенного решения задачи Коши для уравнения

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y), \quad y(x_0) = y_0, \quad \text{с шагом } \frac{1}{10}?$$

15.1 порядка  $\frac{1}{10^{-5}}$

15.2 порядка  $\frac{1}{10^5}$  \*

15.3 порядка  $\frac{1}{10^3}$

15.4 порядка  $\frac{1}{10^4}$

16. Понятие и свойства конечных разностей произвольного порядка

16.1 конечная разность 5-го порядка от многочлена 5-й степени равна нулю

16.2 конечная разность 5-го порядка от многочлена 5-й степени равна не нулевой константе\*

16.3 конечная разность 6-го порядка использует 5 подряд расположенных узлов

16.4 конечная разность 5-го порядка выражается через 4 значения функции в узлах

17. Метод Гаусса решения системы линейных алгебраических уравнений

17.1 Прямой ход метода Гаусса для матрицы  $n$ -го порядка содержит  $n$  этапов исключения  $n$  переменных

17.2 Прямой ход метода Гаусса для матрицы  $n$ -го порядка содержит  $n-1$  этапов исключения  $n-1$  переменных

17.3 Прямой ход метода Гаусса не содержит операций деления и не позволяет найти определитель

17.4 Обратный ход метода Гаусса для матрицы не соответствует решению системы с треугольной матрицей

18. Как оценить погрешность интерполирования по Лагранжу функции  $y = \sin x + \cos x$  на  $[0, 1]$  для 10 равноотстоящих узлов интерполяции ?

18.1  $\frac{1}{10!}$

18.2  $\frac{2}{10!}$  \*

18.3  $\frac{1}{8!}$

18.4  $\frac{1}{11!}$

19. Метод Эйлера-Коши приближенного решения уравнения  $\frac{dy}{dx} = f(x, y), y(x_0) = y_0$

19.1 Метод Эйлера-Коши является аналитическим методом

19.2 Метод Эйлера-Коши имеет погрешность  $O(h^5)$ , где  $h$  – шаг численного интегрирования

19.3 не включает способ вычисления приближенного решения на конце каждого шага

19.4 Метод Эйлера-Коши является разностным методом, более точным чем метод Эйлера\*

20. Метод Пикара приближенного решения задачи Коши для уравнения  $\frac{dy}{dx} = f(x, y), y(x_0) = y_0$

20.1 применим на произвольном промежутке в условиях теоремы Пеано

20.2 применим на конечном достаточно малом промежутке в условиях теоремы Пикара\*

20.3 строит интегральные приближения, сходящиеся на произвольном промежутке в условиях теоремы Пеано

20.4 является разностным методом

21. Сходится ли метод простой итерации к решению системы  $x = Ax + b$

21.1 при  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$  ?

21.2 при  $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$  ?

21.3 при  $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$  ?\*

21.4 при  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$  ?

22. Обращение матрицы по методу Гаусса

22.1 По методу Гаусса можно обратить матрицу  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 4 & 4 & 4 \end{pmatrix}$

22.2 По методу Гаусса можно обратить матрицу  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 4 & 4 & 1 \end{pmatrix}$

22.3 По методу Гаусса можно обратить матрицу  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 4 & 4 & 4 \end{pmatrix}^*$

22.3 По методу Гаусса можно обратить матрицу  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 4 & 4 & 4 \end{pmatrix}$

23. Метод Пикара приближенного решения задачи Коши для уравнения  $\frac{dy}{dx} = f(x, y), y(x_0) = y_0$

23.1 Сходится в тех же условиях, что и метод Эйлера

23.2 Сходится в условиях теоремы Пикара\*

23.3 Сходится в условиях теоремы Пеано

23.4 Сходится со скоростью геометрической прогрессии

24. Понятие нормы вектора и нормы матрицы. Канонические и согласованные нормы.

24.1 Норма это матрица

24.2 Норма это вектор

24.3 Каждая норма удовлетворяет неравенству  $\|Ab\| \leq \|A\| \|b\|$ , где  $A$  – матрица,  $b$  – вектор

24.4 Каноническая норма удовлетворяет неравенству  $|a_{ij}| \leq \|A\|$ , где  $A$  – матрица из элементов  $a_{ij}$ \*

25. Выполнено ли условие обратимости матрицы  $E - A$ ,  $E$  – единичная матрица, если

25.1  $A = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$  ?

25.2  $A = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$  ?

25.3  $A = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$  ?

25.4  $A = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{4} & 1 & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 1 \end{pmatrix}$  ?\*

26. Метод Эйлера приближенного решения задачи Коши для уравнения  $\frac{dy}{dx} = f(x, y), y(x_0) = y_0$

26.1 имеет погрешность на шаге  $O(h)$

26.2 имеет погрешность на шаге  $O(h^2)$ \*

26.3 имеет погрешность на шаге  $O(h^3)$

26.4 имеет погрешность на шаге  $O(h^4)$

27. Матричные последовательности, ряды из матриц, теоремы об их сходимости.

27.1 Предел последовательности  $\sum_{k=0}^{\infty} A^k$  равен  $E - A$ ,  $E$  - единичная матрица,  $A$  - матрица  $n \times n$

27.2 Предел последовательности  $\sum_{k=0}^{\infty} A^k$  равен  $(E - A)^{-1}$ ,  $E$  - единичная матрица,  $A$  - матрица  $n \times n$ ,  
 $\|A\| = 2,5$

27.3 Предел последовательности  $\sum_{k=0}^{n-1} A^k$  равен  $(E - A)^{-1}$ ,  $E$  - единичная матрица,  $A$  - нижняя  
треугольная матрица  $n \times n$  с нулевой диагональю \*

27.4 Предел последовательности  $\sum_{k=0}^{\infty} A^k$  равен  $(E - A)^{-1}$ ,  $E$  - единичная матрица,  $A$  - матрица  $n \times n$ ,  
 $\|A\| = 1,005$

28. С какой погрешностью взят интеграл  $\int_a^b f(x) dx$ ,  $[a, b] = [0, 1]$ , шаг  $h = \frac{1}{10}$ ,  $f(x) = e^{-x}$  при  
приближении по формуле трапеций?

- . Порядок погрешности  $10^{-1}$
- . Порядок погрешности  $10^{-2}$  \*
- . Порядок погрешности  $10^{-3}$
- . Порядок погрешности  $10^{-4}$

29. Интерполяционный многочлен Ньютона для случая равностоящих узлов.

29.1. позволяет продвинуть значения интерполируемой функции от начала таблицы к концу\*

29.2. позволяет продвинуть значения интерполируемой функции от конца таблицы к началу

29.3. использует конечные разности значения высшего порядка в начале таблицы

29.4. дает одинаковую погрешность интерполирования с интерполяционным полиномом Лагранжа при совпадении  
числа узлов

30. Метод обращения матрицы вида  $E - A$ ,  $\|A\| < 1$ .

30.1. Метод обращения матрицы вида  $E - A$ ,  $\|A\| < 1$ , одинаков с методом обращения матрицы  $A$ .

30.2. Метод обращения матрицы вида  $E - A$ ,  $\|A\| < 1$ , одинаков с методом обращения матрицы  $E + A$ .

30.3. Метод обращения матрицы вида  $E - A$ ,  $\|A\| \geq 1$ , одинаков с методом обращения матрицы  
 $E - A$ ,  $\|A\| < 1$ .

30.4.  $(E - A)^{-1} = \prod_{\ell=0}^{\infty} (E + A^{2^\ell})$  \*

31. Как по методу Гаусса вычислить определитель матрицы?

31.1 Вычислением следа матрицы

31.2 Вычислением следа степени матрицы

31.3 Вычислением одного из неизвестных

31.4 Вычислением произведения диагональных элементов матрицы, полученной в результате прямого хода\*

32. Интерполяционный многочлен Лагранжа.

32.1. Интерполяционный многочлен Лагранжа строится только для равноотстоящих узлов

32.2. Интерполяционный многочлен Лагранжа для  $N$  узлов является многочленом  $N$ -й степени

32.3. Интерполяционный многочлен Лагранжа является тригонометрическим многочленом

32.4. Интерполяционный многочлен Лагранжа строится как многочлен  $N$ -й степени для  $N + 1$  произвольно  
расположенных узлов, интерполирующий произвольную действительную функцию одной действительной  
переменной\*



33. Понятие конечных разностей и их свойства.

33.1 Конечная разность  $K$ -го порядка использует значение функции только в одном узле

33.2 Конечная разность  $K$ -го порядка использует значение функции только в  $K$  узлах

33.3 Значение функции не выражается через конечные разности всех порядков до  $K$ -го включительно

33.4 Конечная разность  $K$ -го порядка использует значение функции в  $K + 1$  узлах\*

34. Метод Гаусса и его применение для обращения матрицы

34.1. Метод Гаусса применим для обращения произвольной квадратной матрицы

34.2. Метод Гаусса применим для решения системы линейных алгебраических уравнений с произвольной квадратной матрицей

34.3. Метод Гаусса требует выбора ненулевого ведущего элемента на каждом этапе прямого хода\*

34.4. Метод Гаусса применим для обращения нижней треугольной матрицы с нулевой диагональю

35. Метод Эйлера приближенного решения задачи Коши для уравнения  $\frac{dx}{dy} = f(x, y), y(x_0) = y_0$

35.1. Метод Эйлера является аналитическим методом приближенного решения

35.2. Для применения метода Эйлера достаточно знать правую часть дифференциального уравнения

35.3. Метод Эйлера является разностной схемой с погрешностью на шаге  $O(h^2)$  \*

35.4. Метод Эйлера сходится в условиях теоремы Пикара на произвольном промежутке

36. Формула Симпсона для вычисления  $\int_a^b f(x)dx$

Формула Симпсона не требует двойного шага на промежутке интегрирования

Формула Симпсона не использует конечных разностей порядка выше первого

Формула Симпсона не более точна, чем формула трапеций

Формула Симпсона при выводе использует аддитивность интеграла по промежутку и двойной шаг на промежутке интегрирования\*

37. Сколько членов содержит произведение  $\prod_{l=0}^{\infty} (E + A^{2^l})$  при условии, что  $A$  – нижняя треугольная с нулевой диагональю порядка  $n$  ?

37.1.  $n$

37.2.  $\log_2 n$  \*

37.3.  $\infty$

37.4.  $\log_2^2 n$

38. Методы Эйлера-Коши и Рунге-Кутта приближенного решения задачи Коши для уравнения

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y), y(x_0) = y_0$$

38.1. Методы Эйлера-Коши и Рунге-Кутта имеют одинаковую погрешность приближенного решения

38.2. Методы Эйлера-Коши и Рунге-Кутта являются разностными схемами приближенного решения с погрешностью порядка  $O(h^4)$

38.3. Метод Эйлера-Коши использует правую часть в двух точках на шаге\*

38.4. Метод Рунге-Кутта использует правую часть уравнения в единственной точке на шаге

39. Формула трапеций для приближенного вычисления  $\int_a^b f(x)dx$ .

39.1. Формула трапеций не использует подынтегральную функцию на шаге интегрирования

39.2. Формула трапеций использует подынтегральную функцию на шаге интегрирования дважды\*

39.3. Формула трапеций заменяет подынтегральную функцию на ее приближение полиномом Тейлора на шаге интегрирования

39.4. Формула трапеций имеет погрешность  $O(h^4)$

40. Будет ли сходиться матричный ряд  $\sum_{l=0}^{\infty} \frac{1}{l!} A^l$

. При  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$  ряд не будет сходиться

. При  $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 3 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$  ряд будет сходиться

. При  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$  ряд не будет сходиться

. При  $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$  ряд не будет сходиться

41. Метод Пикара приближенного решения задачи Коши для уравнения  $\frac{dy}{dx} = f(x, y), y(x_0) = y_0$

41.1. Сходится к решению при любых условиях

41.2. Сходится к решению в условиях теоремы Пеано

41.3. Представляет собой разностную схему

41.4. Сходится к решению на достаточно малом промежутке

42. Формула прямоугольников для приближенного вычисления  $\int_a^b f(x) dx$ .

42.1. Может вычислять только интеграл от гладкой функции

42.2. Может вычислять только интеграл с погрешностью  $O(h^2)$  от не дифференцируемой функции

42.3. Может вычислять только интеграл с погрешностью  $O(h^2)$  от непрерывно дифференцируемой на  $[a, b]$  функции

42.4. Может вычислять интеграл в общих условиях его существования

43. Зачем требуется двойной шаг в формуле Симпсона для вычисления  $\int_a^b f(x) dx$ ?

43.1. Чтобы использовать замену подынтегральной функции на интерполяционный полином Ньютона 3-й степени для интерполирования вперед

43.2. Чтобы использовать замену подынтегральной функции на интерполяционный полином Ньютона 1-й степени для интерполирования вперед

43.3. Чтобы использовать замену подынтегральной функции на интерполяционный полином Ньютона 2-й степени для интерполирования вперед

43.1. Чтобы использовать замену подынтегральной функции на интерполяционный полином Ньютона 2-й степени для интерполирования назад

44. Интерполяционный многочлен Ньютона.

44.1. Интерполирует произвольную действительную функцию одной действительной переменной на заданном промежутке\*

44.2. Интерполирует только непрерывно дифференцируемую действительную функцию одной действительной переменной на заданном промежутке

44.3. Интерполирует только непрерывную действительную функцию одной действительной переменной на заданном промежутке

44.4. Интерполирует таблично заданную действительную функцию одной действительной переменной на

заданном промежутке с погрешностью  $O\left(\frac{h^{N+1}}{(N+1)!}\right)$ , где  $N$  – степень многочлена Ньютона

45. Матричные последовательности и ряды, нормы матриц.

45.1.  $\sum_{\ell=0}^{\infty} \alpha_{\ell} A^{\ell}$  сходится при любых коэффициентах  $\alpha_{\ell}$

45.2.  $\sum_{\ell=0}^{\infty} \alpha_{\ell} A^{\ell}$  сходится при любых коэффициентах  $\alpha_{\ell}$ , если  $|\alpha_{\ell}| > 1$

45.3.  $\sum_{\ell=0}^{\infty} \alpha_{\ell} A^{\ell}$  сходится при любых коэффициентах  $\alpha_{\ell}$ , если  $|\alpha_{\ell}| < \frac{1}{\ell!}$  \*

45.4.  $\sum_{\ell=0}^{\infty} \alpha_{\ell} A^{\ell}$  сходится при любых коэффициентах  $\alpha_{\ell}$ , если  $\|A\| < 1$

46. Какое наименьшее число членов достаточно взять в матричном  $\sum_{\ell=0}^{\infty} A^{\ell}$ , чтобы выполнялось

$\|A^{\ell}\| < 10^{-10}$ , если  $\|A\| < 0.1$  ?

46.1. 11 членов ряда

46.2. 120 членов ряда

46.3. 10 членов ряда\*

46.4. 9 членов ряда

47. Метод хорд (или секущих) решения трансцендентных уравнений  $F(x) = 0$

47.1. Метод хорд сходится при условии отделенности корня уравнения  $F(x) = 0$

47.2. Метод хорд сходится при условии знакопеременности  $F(x)$

47.3. Метод хорд сходится при условии знакопеременности  $F(x)$  на концах промежутка, знакопостоянства  $F'(x)$ ,  $F''(x)$  и при выполнении других условий\*

47.4. Метод хорд сходится при условии знакопеременности  $F(x)$  на концах промежутка, знакопостоянства  $F'(x)$ ,  $F''(x)$

48. Метод касательных (Ньютона) решения трансцендентных уравнений  $F(x) = 0$

48.1. Метод касательных сходится на промежутке при условии отделенности одновременно нескольких корней уравнения  $F(x) = 0$  на этом промежутке

48.2. Метод касательных сходится при условии знакопеременности  $F(x)$  и  $F'(x)$

48.3. Метод касательных сходится при условии знакопеременности  $F(x)$  на концах промежутка, знакопостоянства  $F'(x)$ ,  $F''(x)$  и при выполнении других условий\*

48.4. Метод хорд сходится при условии знакопеременности  $F(x)$  на концах промежутка, знакопостоянства  $F'(x)$ ,  $F''(x)$

49. Матричные последовательности

49.1. Сходится ли матричная последовательность  $\begin{pmatrix} (-1)^n & \frac{1}{n} \\ \sin\left(\frac{1}{n}\right) & 0 \end{pmatrix}$  при  $n \rightarrow \infty$  ?

49.2. Сходится ли матричная последовательность  $\begin{pmatrix} (-1)^{2n} & \frac{1}{n} \\ \cos(\frac{1}{n}) & e^n \end{pmatrix}$  при  $n \rightarrow \infty$  ?\*

49.3. Сходится ли матричная последовательность  $\begin{pmatrix} (-1)^n & \frac{1}{n} \\ \frac{1}{n} \sin(\frac{1}{n}) & 0 \end{pmatrix}$  при  $n \rightarrow \infty$  ?

49.4. Сходится ли матричная последовательность  $\begin{pmatrix} (-1)^{2n+1} & \frac{1}{n} \\ \frac{1}{n} \sin(\frac{1}{n}) & e^n \end{pmatrix}$  при  $n \rightarrow \infty$  ?

50. Метод Зейделя приближенного решения системы  $x = Ax + b$

50.1. Метод Зейделя не связан с методом простой итерации приближенного решения системы  $x = Ax + b$

50.2. Метод Зейделя сходится к решению системы  $x = Ax + b$ , если  $\|A\| > 1$

50.3. Метод Зейделя сходится к решению системы  $x = Ax + b$ , если  $\|A\| < 1$  без дополнительных ограничений

50.4. Метод Зейделя использует результаты предыдущей и текущей итерации

51. Метод простой итерации приближенного решения системы  $x = Ax + b$

51.1. Метод простой итерации приближенного решения системы  $x = Ax + b$  дает решение системы  $Ax = b$

51.2. Метод простой итерации эквивалентен методу Зейделя

51.3. Метод простой итерации сходится к решению системы  $x = Ax + b$ , если  $\|A\| < 1$  при условии не вырожденности матрицы  $E - A$

51.4. Метод простой итерации использует результаты предыдущей и текущей итерации

52. Решение системы  $Ax = b$  в случае, когда  $A$  – нижняя треугольная матрица.

52.1. Не получится на основе произведения  $\prod_{k=0}^{\infty} (E + A^{2^k})$  при условии  $\|A\| < 1$ ?

52.2. Получится на основе произведения произведение  $\prod_{k=0}^{\log_2 N} (E + A^{2^k})$  \*

52.3. Не получится по методу простой итерации при условии  $\|A\| > 1$ ?

52.4. Не получится на основе ряда  $\sum_{k=0}^{\infty} A^k$

53. Какую точку взять в качестве неподвижной при решении уравнения  $e^{4x-2} = 4$  по методу хорд?

53.1  $x = 20$  \*

53.2  $x = -20$

53.3  $x = -2$

53.4  $x = \frac{1}{2}$

54. Какую точку взять в качестве начальной при решении уравнения  $e^{4x-2} = 4$  по методу касательных?

54.1  $x = 20^*$

54.2  $x = -20$

54.3  $x = -2$

54.4  $x = \frac{1}{2}$

## 2. Инструкция по выполнению

Тестовые задания выполняются индивидуально. Правильным является один ответ или несколько из предложенных в зависимости от задания. На тест отводится 90 минут.

### Критерии оценки:

За правильное выполнение всех тестовых заданий запланирован максимум в 40 баллов. В остальных случаях баллы уменьшаются пропорционально количеству верно указанных ответов.

## Темы докладов по дисциплине Численные методы

Примерная тематика докладов:

1. Снижение погрешности интерполяции с помощью перехода к кусочной интерполяции.
2. Интерполяция по Лагранжу в случае равноотстоящих узлов.
3. Реализация подхода Ньютона-Котеса на основе кусочной интерполяции по Лагранжу.
4. Интерполяция по Ньютону в случае функции двух действительных переменных.
5. Кусочно-интерполяционное решение задачи Коши для ОДУ.
6. Сравнение погрешности решения СЛАУ с помощью прямых и итерационных методов.
7. Параллельная форма итерационных методов Якоби и Зейделя с применением к обращению матрицы.
8. Применение метода Леверье и тождества Гамильтона-Кели для решения СЛАУ.
9. Нахождение собственных векторов матрицы на основе метода Леверье.
10. Сравнение погрешности компьютерной реализации метода Леверье и метода вращений.
11. Оценка области корней полинома на комплексной плоскости. Круги Гершгорина и другие оценки.
12. Параллельные прямые методы решения СЛАУ с треугольной матрицей.

### Критерии оценки:

- 10-20 баллов - выставляется студенту, если: тема соответствует содержанию доклада; основные понятия проблемы изложены верно; сделаны обобщения и сопоставления различных точек зрения по рассматриваемому вопросу; сделаны и аргументированы основные выводы, доклад сопровождается разработанной мультимедийной презентацией;

- 0-9 баллов - выставляется студенту, если: содержание не соответствует теме; нет ссылок на использованные источники; тема не полностью раскрыта; нет выводов.

### **3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Процедуры оценивания включают в себя текущий контроль и промежуточную аттестацию.

**Текущий контроль** успеваемости проводится с использованием оценочных средств, представленных в п. 2 данного приложения. Результаты текущего контроля доводятся до сведения студентов до промежуточной аттестации.

**Промежуточная аттестация** проводится в форме зачета и экзамена, это аттестация в период сессии, которая проводится в соответствии с действующим в РГЭУ (РИНХ) Положением о курсовых, экзаменах и зачётах.

Экзамен проводится по расписанию экзаменационной сессии в компьютерном классе. Количество вопросов в экзаменационном задании – 3. Результаты аттестации заносятся в экзаменационную ведомость и зачетную книжку студента. Студенты, не прошедшие промежуточную аттестацию по графику сессии, должны ликвидировать задолженность в установленном порядке.

## МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Учебным планом предусмотрены следующие виды занятий:

- лекции;
- лабораторные работы.

Условием успешного освоения дисциплины «Численные методы» является понимание факта, что численные методы опираются на комплекс математических знаний из областей высшей алгебры, математического анализа, функционального анализа, дифференциальных уравнений, дифференциальной геометрии, топологии и др. Поэтому, приступая к очередному разделу методов вычислений, нужно найти понимание областей высшей математики, на которые раздел вычислений опирается. Если этого не делать, понимание вычислительной математики будет формально-справочным, и её конкретное применение может оказаться тривиально ошибочным. Напротив, если не избегать таких дополнительных усилий, понимание численных методов становится глубоким, их применение – обоснованным. Например, Ньютон применял метод касательных для вычисления корней полиномов высших степеней, тогда как современная трактовка метода требует ряда условий, которые фактически исключают такое применение. Необходимо понимать и конструировать условия взаимной отделенности корней, причем отнюдь не только следуя системе Штурма. И, далее, лучше глубоко разобраться в одном аспекте применения численных методов, чем одновременно во многих без должного понимания. Так, Уилкинсон привел пример неустойчивости вычисления корней полинома в зависимости от возмущения коэффициентов, чем обрек основные результаты алгебры в области уравнений высших степеней на неприменимость на практике. Но ведь любую систему линейных алгебраических уравнений можно эквивалентно свести к вычислению корней полинома, степень которого равна числу уравнений системы. Это означает, что проблемы, отмеченные Уилкинсоном, относятся отнюдь не только к поиску корней полинома, и поиск снижения накопления погрешности должен пролегать совсем в ином направлении, чем принято доверчивыми пользователями с поверхностной эрудицией. По этим причинам хотелось бы рекомендовать изучающим курс «Численные методы» системно заниматься разделами высшей математики, с которым курс связан. Другим важным аспектом численных методов являются ограничения на их применимость. Понимать и формулировать необходимые ограничения можно только исходя из понимания теоретико-математической природы используемого метода. Кроме того, вычислительную математику применяют не на бумаге, а на компьютере. Чтобы применение оказалось успешным, надо видеть, какое влияние компьютерное накопление погрешности окажет на математические условия применения численного метода. Отсюда вытекает необходимость активного вычислительного практикума на компьютере, сконцентрированного на предметной области, в которой предполагается применять конкретный численный метод. Всех этих усилий не достаточно для освоения курса «Численные методы». Следует активно интересоваться современными достижениями науки и практики в создании новых методов. Целесообразно иметь представление о существующих инструментальных средствах, в частности, об алгоритмах систем компьютерной математики, а также об аспекте создания

банка параллельных алгоритмов и практике их применения в суперкомпьютерах. Во время лабораторных работ следует концентрироваться на смысловом содержании заданий и их самостоятельном выполнении с верификацией правильности, обсуждать корректность полученных и разновидности возможных решений с преподавателем. Предмет «Численные методы» нужно видеть как в историческом аспекте (вычислительная математика создана до появления компьютеров и не для применения на компьютерах), так и в аспекте активного развития: компьютеризация меняет условия и результаты применения математических методов. Система преподавательского контроля и самопроверки обязательна для студентов. Важно видеть широкие возможности практического применения знаний этой области в своей будущей профессиональной деятельности. При изучении дисциплины необходимо активно использовать учебную и научную литературу, устоявшиеся на десятилетия научные издания, например, Фихтенгольца и Гантмахера, электронные библиотеки, информационно-поисковые ресурсы, активно и системно работать с компьютером. Требуется систематическое обсуждение самостоятельной работы с преподавателем. В дальнейшем продвижении необходимо изучать специальную теоретическую, а также научно-техническую литературу, самостоятельно конструировать видоизменения численных методов, совершенствовать существующие вычислительные алгоритмы.

Подготовка к промежуточной аттестации.

При подготовке к промежуточной аттестации целесообразно:

- внимательно изучить перечень вопросов и определить, в каких источниках находятся сведения, необходимые для ответа на них;
- внимательно прочитать рекомендованную литературу;
- составить краткие конспекты ответов (планы ответов).